

Д. И. Вельмискин, к.т.н., Т.В. Сиротенко
Одесский государственный экологический университет

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНО – ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЕВОГО КАРКАСНОГО УКРЫТИЯ МРЛ

*Предлагается методика расчета усилия и напряжения в стержнях каркасного обтекателя.
Ключевые слова:* укрытие, антенна, стержни каркаса.

Вступление. В настоящее время в радиолокационных станциях (РЛС) используются жесткие многослойные и однослойные диэлектрические обтекатели. Эти обтекатели обладают недостатком – они узкополосные [1]. Поэтому, все большее распространение получают каркасные обтекатели, которые более широкополосные [2]. Они представляют радиопрозрачные оболочки, смонтированные на несущем каркасе из металлических или диэлектрических стержней, поэтому задача конструктивного расчета таких обтекателей становится актуальной.

Многие авторы [3 - 5] в своих работах рассматривают методики расчета радиотехнических характеристик каркасных обтекателей. Методика расчета конструктивных параметров каркасных обтекателей не рассмотрена.

Материалы и методы исследований. В статье рассматривается методика расчета напряженно – деформированного состояния стержней каркасного укрытия.

Объектом исследования является система, состоящая из антенны, которая укрыта каркасным обтекателем.

Научная новизна статьи состоит в том, что в ней рассматривается методика расчета напряженно– деформированного состояния стержней каркаса обтекателя.

Целью данной статьи является разработка методики расчета прочности и устойчивости стержней каркаса.

Для решения научной задачи и достижения поставленной цели решаются две частные задачи:

- расчет усилий на стержне каркаса;
- расчет напряжений стержней каркаса.

При определении усилий в ребрах жесткости удобно заменить их совокупность эквивалентной оболочки с толщиной

$$t_{ек} = \sqrt{\frac{12 I_s}{A s}}, \quad (1)$$

где $I_s, A s$ – момент нормальных усилий в эквивалентной оболочке от ветровой нагрузки N'_θ, N'_φ (система координат показана на рис. 1) может быть вычислено стандартными методами для тонких оболочек.

Допущение о тонкости эквивалентной оболочки вполне оправдано, так как для обеспечения достаточной радиопрозрачности обтекателя размеры ячеек должны быть достаточно большими. С учетом собственного веса обтекателя (который нужно учитывать при больших габаритах последнего) нормальные усилия, в случае его сферической формы, определяются выражениями:

$$N_\varphi = N'_\varphi - P R_{ек} \frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta} \quad (0 < \theta < \pi); \quad (2)$$

$$N_{\varphi} = N'_{\varphi} - PR \left(\cos \theta - \frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta} \right),$$

где P – вес обтекателя, приходящийся на единицу поверхности эквивалентной оболочки;

$R_{ек}$ – радиус эквивалентной оболочки.

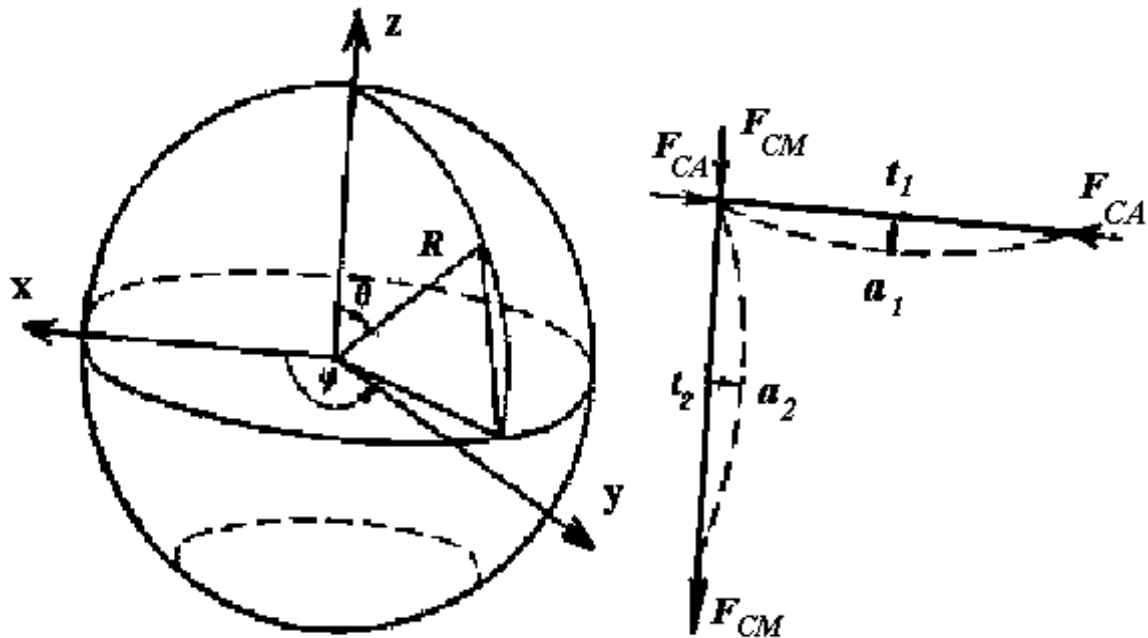


Рис. 1 – Схема расчета усилий в стержнях каркаса.

Наиболее нагруженными стержнями, очевидно, являются стержни, расположенные в меридиональном и азимутальном направлениях. В наиболее неблагоприятном случае на меридиональный стержень действует продольная сила

$$F_{CM} = N_{\theta} l_1, \quad (3)$$

на азимутальный стержень -

$$F_{CA} = N_{\varphi} l_2, \quad (4)$$

где l_1 – максимальная длина стержня в азимутальном;

l_2 – в меридиональном направлении.

Эти силы создают в стержнях напряжения:

$$\sigma_{CM} = \frac{N_{\theta} l_1}{A_S}; \quad (5)$$

$$\sigma_{CA} = \frac{N_{\varphi} l_2}{A_S}.$$

За счет изгибающихся моментов M_{CM} и M_{CA} :

$$M_{CM} = \frac{N_{\theta} l_2^2}{12} + \frac{F_{CA} a_1}{1 - (F_{CA} / F'_{KP})^2}; \quad (6)$$

$$M_{CA} = \frac{N_{\theta} l_1^2}{12} + \frac{F_{CM} a_2}{1 - (F_{CM} / F_{KP}'')^2}, \quad (7)$$

полные напряжения в стержнях определяются выражениями:

$$\sigma_{CM} = \frac{N_{\theta} l_1}{A_S} + \frac{M_{CM}}{W}; \quad (8)$$

$$\sigma_{CA} = \frac{N_{\varphi} l_2}{A_S} + \frac{M_{CA}}{W},$$

где $a_1 = N_{\varphi} l_2^2 / 120 E_S l_S$, $a_2 = N_{\theta} l_1^2 / 120 E_S l_S$ – прогибы стержней от усилий N_{φ} и N_{θ} , определяемые при помощи интеграла Мора;

F'_{KP} , F''_{KP} – критические силы потери устойчивости меридиональным и азимутальным стержнями соответственно;

W – момент сопротивления сечения стержня.

Значения критической силы определяются из выражений:

$$F'_{KP} = \frac{\pi^2 E_S I_S}{(\mu l_2)^2}; \quad (9)$$

$$F''_{KP} = \frac{\pi^2 E_S I_S}{(\mu l_1)^2},$$

где μ – параметр для конкретной конструкции узла стержневой части радиопрозрачного укрытия (РПУ) может быть определен из таблиц приведенных в [6]. Выражениями (9) можно пользоваться, если гибкость стержня λ удовлетворяет неравенствам:

$$\lambda_1 = \mu l_1 \sqrt{A_S / I_S} \leq \pi \sqrt{E_S / \sigma_{PP}}; \quad (10)$$

$$\lambda_2 = \mu l_2 \sqrt{A_S / I_S} \leq \pi \sqrt{E_S / \sigma_{PP}},$$

где σ_{PP} – предел прочности материала стержня.

В противном случае для критической силы следует использовать выражения:

$$F'_{KP} = \frac{\pi^2 T I_S}{(\mu l_2)^2}; \quad (11)$$

$$F''_{KP} = \frac{\pi^2 T I_S}{(\mu l_1)^2},$$

где T – модуль Кармана для стержня.

Коэффициенты запаса прочности стержней могут быть определены по формулам:

$$n_M = \frac{\sigma_{B_{\text{виг}}}}{\sigma_{CM}};$$

(12)

$$n_A = \frac{\sigma_{B_{\text{виг}}}}{\sigma_{CA}},$$

где $\sigma_{B_{\text{виг}}}$ - предел прочности материала стержней на изгиб.

Коэффициенты запаса устойчивости стержней рассчитываются по формулам:

$$n_{YM} = \frac{F''_{KP}}{F_{CM}};$$

$$n_{YA} = \frac{F'_{KP}}{F_{CA}}.$$

К напряжениям в расчетах могут быть добавлены и температурные напряжения, которые играют существенную роль при проектировании РПУ для районов с резкими колебаниями температуры. Крепление стержней в узлах рассчитывается на усилия N_θ и N_φ в зависимости от конструктивных особенностей узла (болтовое или шарнирное соединение, сварка и др.). Полученные соотношения легко могут быть обобщены на случай, когда ребра жесткости произвольно ориентированы относительно и меридиональной плоскостей сечения обтекателя.

Перейдем теперь к расчету каркаса, представляющего собой стержневую структуру, элементы которой образуют замкнутые треугольные ячейки. Такая конструкция каркаса по прочностным соображениям наиболее распространена.

Пусть требуется найти усилия в стержнях каркаса, находящегося под действием равномерного нормального давления на всей покрывающей его поверхности. Очевидно, что в силу симметрии задачи вершина каждого стержневого треугольника будет перемещаться только по прямой, соединяющей ее с центром обтекателя. Следовательно, рассматриваемая задача эквивалентна задаче о напряженном состоянии покрытого мембраной стержневого треугольника, помещенного в гладкую абсолютно жесткую коническую оболочку так, чтобы его плоскость была перпендикулярна оси конуса, а вершина конуса была удалена от вершины треугольника на расстояние, равное радиусу обтекателя R . При этом из физических условий расчетной схемы следует, что стержневой треугольник прижимается к вершине конуса силами нормального давления q , равномерно распределенного по площади треугольника (рис. 2).

Из условия равновесия равностороннего треугольника CDE получаем:

$$N = \frac{qS}{3 \sin \varphi}; X = -\frac{qS \operatorname{ctg} \varphi}{6 \cos \varphi}, \quad (14)$$

где N – сила реакции в вершинах треугольника, перпендикулярная образующей конуса OC ;
 X – сжимающие усилия в стержнях;
 $\alpha = \frac{1}{2} \angle DCE = 30^\circ$;

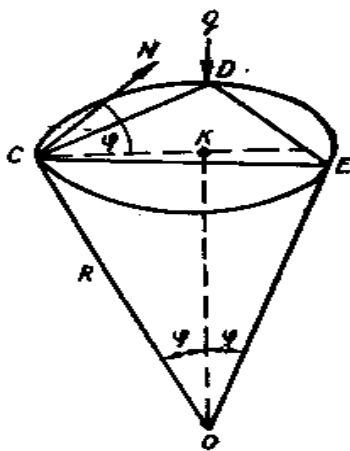


Рис. 2 - Схема расчета напряжений в стержневом треугольнике.

φ – угол между реакцией N и биссектрисой CK угла C ;
 S – площадь треугольника CDE , $OC = OE = OD$.

Обозначим через l сторону треугольника CDE , а через r – радиус описанной около него окружности. Тогда, учитывая что

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{4} r^2; \quad r = l/\sqrt{3}; \quad r = R \sin \varphi, \quad (15)$$

находим
$$X = -\frac{1}{8} q R^2 \sin 2\varphi.$$

Так как по отрезкам CD , DE , CE направлены также стержни соседних треугольников, правые части формул (14) следует удвоить. Следовательно,

$$X = -\frac{1}{4} q R^2 \sin 2\varphi. \quad (16)$$

Знак минус обозначает сжимающее усилие в стержне. Очевидно, что формулу (16) можно записать еще в виде

$$X = -\frac{1}{2} q r \sqrt{R^2 - r^2}. \quad (17)$$

По этой формуле, задавшись параметрами q , r , R , получим осевое усилие в стержнях каркаса, после чего находим площади их поперечных сечений

$$T_i' F = P / [\sigma], \quad (18)$$

где теперь P – абсолютное значение силы X ;
 $[\sigma]$ – допускаемое напряжение на сжатие.

С другой стороны, воспользовавшись известной формулой Эйлера,

$$P_{KP} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}, \quad (19)$$

где P_{KP} – критическая сила;

E – модуль Юнга;

I – минимальный момент инерции поперечного сечения;

μ – коэффициент, зависящий от способа закрепления концов стержня (для шарнирного закрепления обоих концов $\mu = 1$).

Пологая $P_{KP} = P$, мы можем также найти значение площади поперечного сечения стержня F , задавшись заранее его формой. При этом необходимо, чтобы одновременно выполнялись неравенства:

$$\frac{P}{F} \leq [\sigma]; \quad P \leq \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}. \quad (20)$$

В нашем случае допускаемые напряжения на устойчивость $[\sigma_y]$ меньше допускаемых напряжений на сжатие $[\sigma]$. Поэтому в расчетах на прочность сжатия стержней принимается $[\sigma_y] = \varphi[\sigma]$, где φ – коэффициент уменьшения допускаемого напряжения для сжатых стержней при продольном изгибе.

Значения коэффициента φ , зависящего от гибкости стержня $\lambda = \mu l / I$, даны в таблицах в [6]. Следовательно, расчет на прочность и устойчивость стержня при заданной длине его и заданной величине сжимающей силы сводится к определению параметров поперечного сечения стержня, при котором будет удовлетворено условие устойчивости

$$[\sigma_y] = P/F \leq \varphi[\sigma] \quad (21)$$

и условие прочности на сжатие

$$\sigma = P/F \leq [\sigma]. \quad (22)$$

Основой расчета служит формула (21). Поскольку она содержит две неизвестные величины, то задача выбора подходящего значения площади F решается методом последовательных приближений с использованием таблицы для коэффициентов $\varphi[\sigma]$.

Допустим, что каркас составлен из неравносторонних стержневых треугольников, обтянутых мембранами. Рассмотрим какой-либо из стержневых треугольников каркаса, находящийся в равновесии под действием давления q , равномерно распределенного по всей занимаемой площади. Пусть этот треугольник составлен из стержней AB, BC, CA , соединенных в вершинах A, B, C . Представим себе, что он своими вершинами опирается на поверхность абсолютно жесткой конической оболочки с вершиной в центре обтекателя. Реакции этой поверхности представим в виде составляющих T'_1, T'_2, T'_3 , направленных вдоль образующей конуса; составляющих T''_1, T''_2, T''_3 , направленных по касательным в точках A, B, C к окружности в сечении конуса плоскостью треугольника ABC и нормальных к образующим конуса реакции N_1, N_2, N_3 в точках A, B и соответственно C . Поскольку действие на площадь треугольника давления q , как нетрудно показать, одинаково передается на опоры в точках A, B , и C в виде сил, равных $P/3$, где $P = qS$, S – площадь треугольника, то, пренебрегая значениями реакций T'_1, T'_2, T'_3 , из условия равновесия стержневого треугольника получаем

$$N_1 = N_2 = N_3 = N = \frac{1}{3} \frac{P}{\sin \varphi}. \quad (23)$$

Обозначим через X_1, X_2, X_3 усилия в стержнях AB, BC и AC соответственно, а через α, β, γ – углы между сторонами треугольника и радиусами описанной окружности (рис.3).

Тогда из условия равновесия узла A (полагая, что в узле A , как в других узлах треугольника, приложена внешняя активная сила, равная $P/3$) получим уравнения:

$$X_1 \cos \alpha + X_3 \cos \gamma = -N \cos \varphi; \quad (24)$$

$$X_1 \sin \alpha - X_3 \sin \gamma = T_1.$$

Следовательно,

$$X_1 = -\frac{N \cos \varphi \sin \gamma + T_1 \cos \gamma}{\sin(\alpha + \gamma)}; \quad (25)$$

$$X_3 = -\frac{N \cos \varphi \sin \alpha + T_1 \cos \alpha}{\sin(\alpha + \gamma)}.$$

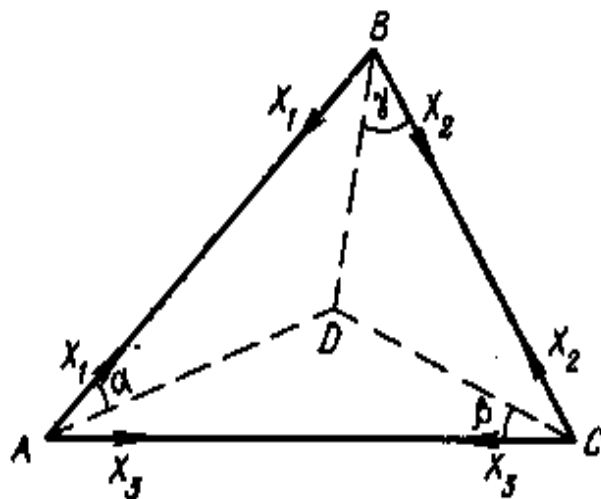


Рис. 3 - Схема расчета усилий X_i .

С учетом $\alpha + \beta + \gamma = \pi/2$ формулы (25) принимают вид:

$$X_1 = \frac{1}{\cos \beta} [-N \cos \varphi \sin \gamma + T_1 \cos \gamma]; \quad (26)$$

$$X_3 = -\frac{1}{\cos \beta} [N \cos \varphi \sin \alpha + T_1 \cos \alpha].$$

Заменяя в этих формулах α на β , γ на α , X_1 на X_2 , X_3 на X_1 , T_1 на T_2 , имеем:

$$X_2 = \frac{1}{\cos \gamma} [-N \cos \varphi \sin \alpha + T_2 \cos \alpha]; \quad (27)$$

$$X_1 = -\frac{1}{\cos \gamma} [N \cos \varphi \sin \beta + T_2 \cos \beta].$$

Аналогичным образом получим:

$$\begin{aligned}
 X_3 &= \frac{1}{\cos \alpha} [-N \cos \varphi \sin \beta + T_3 \cos \beta]; \\
 X_2 &= -\frac{1}{\cos \alpha} [N \cos \varphi \sin \gamma + T_3 \cos \gamma].
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Приравняв в формулах (26) – (28) выражения для соответствующих усилий, получим систему уравнений для определения сил T_1, T_2, T_3 :

$$\begin{aligned}
 T_1 \cos^2 \gamma + T_2 \cos^2 \beta &= \frac{1}{2} N \cos \varphi [\sin 2\gamma - \sin 2\beta]; \\
 T_2 \cos^2 \alpha + T_3 \cos^2 \gamma &= \frac{1}{2} N \cos \varphi [\sin 2\alpha - \sin 2\gamma]; \\
 T_3 \cos^2 \beta + T_1 \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} N \cos \varphi [\sin 2\beta - \sin 2\alpha].
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

Определитель этой системы $\Delta = 2 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \cos^2 \gamma \neq 0$. Обозначая правые части уравнений (29) соответственно через a, b, c , найдем:

$$\begin{aligned}
 T_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\cos^2 \gamma} + \frac{c}{\cos^2 \alpha} - \frac{b \cos^2 \beta}{\cos^2 \alpha \cos^2 \gamma} \right); \\
 T_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{b}{\cos^2 \alpha} + \frac{a}{\cos^2 \beta} - \frac{c \cos^2 \gamma}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta} \right); \\
 T_3 &= \frac{1}{2} \left(\frac{c}{\cos^2 \beta} + \frac{b}{\cos^2 \gamma} - \frac{a \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta \cos^2 \gamma} \right).
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Результаты исследований и их анализ. Таким образом, принимая во внимание формулы (30) для определения осевых усилий в стержнях, получим выражения:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \frac{1}{\cos \beta} (-N \cos \varphi \sin \gamma + T_1 \cos \gamma); \\
 X_2 &= \frac{1}{\cos \gamma} (-N \cos \varphi \sin \gamma + T_2 \cos \alpha); \\
 X_3 &= \frac{1}{\cos \alpha} (-N \cos \varphi \sin \gamma + T_3 \cos \beta).
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

Зная площадь в стержнях, по формуле $\sigma_i = X_i / S_i$, где S_i – площадь поперечного сечения стержней, найдем напряжения в сечениях, которые перпендикулярны осям стержней. Если же считать, что силы $T_i = 0$, а $T'_i \neq 0 (i = 1, 2, 3)$, то, поступая

аналогичным образом, для определения осевых усилий в стержнях X_i получим формулы:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{\cos \beta} (-N_1 \cos \varphi + T'_1 \sin \varphi) \sin \gamma; \\ X_2 &= \frac{1}{\cos \beta} (-N_2 \cos \varphi + T'_2 \sin \varphi) \sin \alpha; \\ X_3 &= \frac{1}{\cos \beta} (-N_3 \cos \varphi + T'_3 \sin \varphi) \sin \beta. \end{aligned} \quad (32)$$

При этом значения сил T' определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} T'_1 \sin 2\gamma - T'_2 \sin 2\beta &= \frac{P}{3} (\sin 2\gamma - \sin 2\beta) \cos \varphi; \\ T'_2 \sin 2\alpha - T'_3 \sin 2\gamma &= \frac{P}{3} (\sin 2\alpha - \sin 2\gamma) \cos \varphi; \\ T'_3 \sin 2\beta - T'_1 \sin 2\alpha &= \frac{P}{3} (\sin 2\beta - \sin 2\alpha) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (33)$$

Для определения сил N_i получаем равенства:

$$\begin{aligned} N_1 \sin \varphi + T'_1 \cos \varphi &= \frac{P}{3}; \\ N_2 \sin \varphi + T'_2 \cos \varphi &= \frac{P}{3}; \\ N_3 \sin \varphi + T'_3 \cos \varphi &= \frac{P}{3}. \end{aligned} \quad (34)$$

Нетрудно убедиться, что любое из уравнений (33) может быть представлено в виде линейной комбинации двух других. Поэтому система (34) фактически является системой только двух независимых уравнений. Следовательно, в этом случае одна из неизвестных сил T оказывается неопределенной. Чтобы найти ее, надо воспользоваться дополнительным условием, например условием минимума потенциальной энергии деформации. В более общем случае, считая силы T'_i и $T_i (i=1,2,3)$ отличными от нуля, на основании уравнений статики получаем значения для усилий X_i, N_i, T_i , зависящих от трех произвольных сил $T_i (i=1,2,3)$. Для их определения необходимо использовать дополнительные условия, заключающиеся в равенстве перемещений вершин треугольников одного и того же узла. На этом основании, оставляя условия совместности деформаций, получим полную систему линейных алгебраических уравнений относительно T'_i всей совокупности треугольников каркаса.

Выводы. Таким образом, результатом проведенных исследований являются следующие:

полученные аналитические выражения для усилий и напряжений напряженно – деформированного состояния стержней каркаса;

разработана методика расчета напряженно – деформированного состояния стержней каркаса.

Список литературы

1. Каплун В.А. Обтекатели антенн СВЧ. – М.: Сов. радио, 1974. – С.240.
2. Обтекатели антенн. Пер. с англ. под ред. Шпунтова А.И. – М.: Сов. радио, 1950. – С.185.
3. Ключников А.С., Лавренко В.К., Терехович А.Б. и др. О радиотехнических параметрах пространственного каркаса антенного обтекателя больших размеров. - Вестн. Белорус. ун-та. Сер.1, 1970, №2, С.31-34.
4. Ключников А.С., Терехович А.Б. Статистические характеристики ближнего поля антенны с диэлектрическим каркасом обтекателя. – Вестн. Белорус. ун-та. Сер.1, 1970, №2, С.54 - 56.
5. Ключников А.С., Игнатенко И.И. Исследование радиопараметров несущих каркасов из диэлектрика и металла для антенных обтекателей. – Докл. АН БССР, 1978, т. 22, №7, С.612 – 614.
6. Прочность, устойчивость, колебания. – М. Т. 1 – 3, 1968. С.670.

**Методика розрахунку напружено - деформованого стану стрижневого каркасного укриття.
Вельміскін Д.І., Сиротенко Т.В.**

Пропонується методика розрахунку зусилля та напруги в стрижнях каркасного укриття.

Ключові слова: укриття, антена, стрижні каркасу.

Method of calculation tensely – the deformed state of bar framework shelter.

D. Velmiskin , T. Sirotenko

The method of calculation of effort and tension in the bars of framework shelter is offered.

Keywords: shelter, aerial, bars to framework.