УДК 556.5:511.5

В.Я. Илюшин, *к.г.н.*
Одесский государственный экологический университет

ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ СЕН-ВЕННАНА ДЛЯ УЧАСТКА ПОТОКА С НУЛЕВЫМ УКЛОНОМ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В статье рассматривается частное решение уравнения Сен-Веннана, с учетом инерционных его составляющих. Аналитический результат используется для проведения численных экспериментов, касающихся процесса выхода речной струи на неприливное взморье. Обсуждаются качественные и количественные характеристики начального и переходного участков струи, шлейфа речной струи на взморье.

Ключевые слова: *уравнение Сен-Веннана, начальный и переходной участки, шлейф речной струи на взморье.*

Введение. Анализ движения вод в реках и, особенно, в устьевых областях чаще всего базируется на уравнении Сен-Венана. При этом в подавляющем большинстве случаев исследованиями охвачено усредненное движение, близкое к установившемуся. По аналогии с движением в каналах и потоков в речных руслах инерционными членами этого уравнения обычно пренебрегают. Существующие методы измерения скоростей течений в реальных условиях устьевых областей не позволяют получить данные, согласованные по времени и расстоянию.

Постановка проблемы. Аналитическое решение полного уравнения Сен-Венанна представляет непреодолимые пока математические трудности. Ограничимся поэтому рассмотрением усредненного движения потока на участке с горизонтальной водной поверхностью (нулевым ее уклоном). Учтем при этом, что при движении потока в нестационарных условиях на взморье инерционные силы оказывают сопротивление движению в сторону, обратную изменению скорости, добиваясь в итоге малой изменчивости уклона свободной поверхности [1].

Цель исследования. Решение уравнения Сен-Веннана с учетом инерционных его составляющих для участка потока с нулевым уклоном водной поверхности. При анализе многочисленных литературных источников автору статьи подобных аналитических результатов обнаружить не удалось.

Аналитический результат исследования. Ограничим решение условием $C^2R = const$, полагая, что влияние гидравлического радиуса R и шероховатости C на усредненное движение отображается в неявном виде в зависимости средней скорости от этих характеристик.

Соответствующее рассматриваемому случаю уравнение Сен-Венана имеет вид

$$\mathrm{O} = \frac{V^2}{C^2R} + \frac{\alpha_0}{g}\cdot\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\alpha_1 V}{g}\cdot\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad (1)$$

где $\frac{V^2}{C^2R}$ - уклон трения;

$\frac{\alpha_0}{g}\cdot\frac{\partial V}{\partial t}$ - уклон, как следствие локального ускорения во времени усредненного движения;

$\frac{\alpha_1 V}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x}$ - уклон, возникающий за счет адвективного ускорения потока на участке;

g - ускорение силы тяжести;

α_0 и α_1 - безразмерные коррективы, учитывающие распределение скоростей в поперечном сечении потока (приняты постоянными и близкими единице, в дальнейшем опущены);

x - продольная координата, положительное направление которой совпадает с направлением движения потока;

t - время.

Для определения переменных уравнения (1) используем подстановку в виде произведения двух функций

$$V(x,t) = X(x) \cdot T(t). \tag{2}$$

Первая функция $X(x)$ представляет скорость, зависимую только от x, а вторая $T(t)$ - только от t. Подставив (2), а также частные производные от этой функции, в (1) и разделяя переменные, имеем

$$\frac{T'(t)}{T^2(t)} = -\left(X'(x) + \frac{g}{C^2 R} \cdot X(x) \right). \tag{3}$$

Левая и правая части (3) представляют собой некоторые неизменные величины. Действительно, левая часть этого равенства зависит только от t и не может изменяться при изменении x. Поэтому, если зафиксировать t и менять только x, левая часть, а, следовательно, и правая будут сохранять постоянными свои значения. Рассуждая аналогично, установим, что правая часть, следовательно, и левая, не может изменяться и при изменении t. Это возможно только в том случае, когда обе части равенства (3) вообще не зависят ни от x, ни от t, т.е. когда оба соотношения являются постоянными численными величинами относительно x и t. В связи с этим (3) можно расчленить на два независимых уравнения:

$$\frac{T'(t)}{T^2(t)} = -\lambda_1 , \tag{4}$$

$$-\left(X'(x) + \frac{g}{C^2 R} X(x) \right) = -\lambda_2 . \tag{5}$$

Отметим, что члены первого (4) и второго (5) уравнений имеют неодинаковую размерность. Умножая первое из них на α [м]=1, а второе на β [с]=1, приводим каждое из уравнений (4) и (5) к безразмерному виду и безразмерным константам в их правых частях. Это позволяет присоединить к (4) и (5) следующее соотношение

$$\alpha\lambda_1 = \beta\lambda_2 = \lambda , \tag{6}$$

связывающее уравнения (4)-(6) в систему. В итоге приходим к решению системы из двух уравнений первого порядка, содержащих одинаковый по смыслу параметр задачи λ

$$T'(t) + \frac{\lambda}{\alpha} T^2(t) = 0 \tag{7}$$

- решению однородного нелинейного дифференциального уравнения (7) и

$$X'(x) + \frac{g}{C^2 R} X(x) = \frac{\lambda}{\beta} \tag{8}$$

- решению неоднородного дифференциального уравнения (8).

Уравнение (7) представляет собой частный случай специального уравнения Риккати, решение которого сводится к квадратурам и может быть выражено через элементарные функции. Аналитическое выражение соответствующего интеграла, график функции которого проходит через произвольно фиксируемую в поле $(t, V(t))$ точку (ξ, η), записывается так

$$T(t) = \frac{R}{1 + \lambda_1 \eta (t - \xi)}. \tag{9}$$

Подставив (9) в (7) убеждаемся, что указанная интегральная функция удовлетворяет однородному нелинейному дифференциальному уравнению (7).

Второе уравнение (8), на которое распадается уравнение (1), имеет общее решение в виде

$$X(x) = C_1 \ell^{-\frac{g}{C^2 R} \cdot x} + \frac{\lambda_2}{\left(g / C^2 R\right)}, \tag{10}$$

в чем убеждаемся подстановкой (10) в (8). В отличие от наперед задаваемой константы $\lambda = \beta \lambda_2$ величина C_1 в уравнении (10) представляет собой произвольную постоянную интегрирования, определяемую в дальнейшем по граничным условиям.

Подставив (9) и (10) в (2) получим интегральную функцию нелинейного дифференциального уравнения (1) вида

$$V(x,t) = \frac{\eta}{1 + \lambda_1 \eta (t - \xi)} \left\{ C_1 \cdot \ell^{-\frac{g}{C^2 R} \cdot x} + \frac{\lambda_2}{(g / C^2 R)} \right\}. \tag{11}$$

Непосредственное использование полученного решения (11) затрудняется рациональным выбором точки (ξ, η), через которую должна проходить интегральная функция (11), а также неопределенным пока физическим смыслом «наперед задаваемой при решении задачи константы λ» и постоянной C_1, определяющей все возможные частные решения уравнения (1).

Ограничим задачу некоторым условием. Будем полагать, что участок потока с горизонтальной водной поверхностью (нулевым уклоном) может перемещаться вдоль потока с некоторой фазовой скоростью, однако, процесс возмущения скорости $V(x,t)$ внутри этого участка не должен подвергаться искажающему влиянию внешних по отношению к потоку факторов. Такими внешними источниками локальных инерционных возмущений скорости на рассматриваемом участке, вероятно, могут быть: изменение гидравлического радиуса (глубины) вдоль потока в установившихся условиях; изменение шероховатости на его нижней и боковых границах; размыв или намыв дна, возникновение заторов и т.д. Все эти причины могут привести к нарушению однородности гидравлических условий движения рассматриваемого участка потока, его дроблению, а в других условиях – вообще исчезновению характерного участка. В связи с указанным ограничением задачи эти ситуации в круг рассматриваемых вопросов здесь не включаются. В данном случае рассматривается процесс искажения средней скорости потока на участке возникновения нулевого уклона и развитие этого возмущения (во времени и вдоль оси абсцисс) как неразрывного единого целого в гидравлических однородных условиях. Это условие позволяет потребовать неразрывности протекания процесса трансформации скорости течения на рассматриваемом участке потока.

Скорость, с которой происходит перемещение некоторого единичного возмущения вдоль потока, обычно называют фазовой скоростью. Будем полагать, что перемещение рассматриваемого участка возмущенной скорости вдоль оси абсцисс осуществляется с фазовой скоростью $(V_0 \pm a)$. В этом случае продольная координата x перемещения возмущения вдоль потока будет связана с переменной t связью вида

$$x = x_0 + V_0(t-\xi) \pm a(t-\xi). \tag{12}$$

Откуда имеем

$$(t-\xi) = \frac{x-x_0}{V_0 \pm a}. \tag{13}$$

С другой стороны в (11) можно усмотреть: $\alpha\lambda_1\eta(t-\xi) \sim (x-x_0)$. В данном случае параметр $\alpha\lambda_1$ носит смысл безразмерного коэффициента пропорциональности между (ηt) и x. Рассматривая пространственно-временной процесс $V(x,t)$ как единый по генезису, можно гипотетически записать

$$\alpha\lambda_1\eta(t-\xi) = x - x_0. \tag{14}$$

Откуда имеем

$$(t-\xi) = \frac{x-x_0}{\alpha\lambda_1\eta}. \tag{15}$$

Учитывая (13) и (15) получим параметрическую зависимость

$$\frac{x-x_0}{\alpha\lambda_1\eta} = \frac{x-x_0}{V_0 \pm a}. \tag{16}$$

Равенство (16) раскрывает особенность и смысл «наперед задаваемой константы $\lambda = \alpha\lambda_1$» в виде

$$\lambda = \frac{V_0 \pm a}{\eta} = \frac{1}{Fr}. \tag{17}$$

Остановимся на (17) подробнее. Во-первых, параметр решаемой задачи λ в этом случае действительно не зависит от переменных x и t. Во-вторых, из (17) видно, что по физическому смыслу этот параметр определяет весьма существенное свойство течения на рассматриваемом участке. Задавая величину λ, однозначно определяем этим характерное свойство движения потока на участке с нулевым уклоном водной поверхности: вид режима течения – бурное течение или спокойное. При этом учтено, что η носит смысл фиксированной скорости течения. Безразмерная величина Fr, стоящая в правой части равенства (17), имеет большое значение в гидравлике и называется числом (критерием) Фруда. По числу Фруда определяется существование спокойного и бурного режимов течения по правилу: $Fr < 1$ - спокойный режим; $Fr > 1$ - режим бурный. Спокойный режим характерен для равнинных рек, имеет плавную форму водной поверхности. Свободная поверхность бурных потоков, наоборот, отличается крайней неровностью. В последнем случае могут формироваться гидравлические прыжки (остановившиеся волны). Рассматриваемый нами участок, участок с нулевым уклоном, вполне возможно в одном из случаев представляет остановившуюся волну (гидравлический прыжок).

Однако вернемся к (11). Подставив в это уравнение соотношение (17) будем иметь

$$V(x,t) = \frac{\eta}{1 + \frac{1}{\alpha}(V_0 \pm a)(t-\xi)} \left\{ C_1 \ell^{-\frac{g}{C^2 R}\cdot x} + \frac{C^2 R}{\beta g Fr} + \frac{C^2 R}{\beta g Fr} \right\}. \tag{18}$$

Уравнение (18) включает в себя произвольно зафиксированную точку (ξ,η), через которую проходит интегральная кривая. Условимся абсциссу ξ в поле $(t,V(t))$ исчислять от момента формирования участка с горизонтальной водной поверхностью, а ординату $\eta(\xi)$ - от установившейся скорости на этом участке, предшествующей обозначенному моменту. Т.е. потребуем, чтобы интегральная кривая $V(x,t)$ в поле $(\eta,V(t))$ проходила через точку с координатами $(\xi=0,\eta=V_0)$. При этом величину скорости $V(t)=V_0$ можно вычислить делением расхода воды на площадь сечения потока в створе возникновения нулевого уклона. Искажение скорости определяется силами инерции на участке потока с нулевым уклоном водной поверхности и исследуется с самого начала возникновения процесса.

Перепишем (18) с учетом прохождения графика интегральной кривой через точку $(\xi=0,\eta=V_0)$

$$V(x,t)=\frac{V_0}{1+\frac{1}{\alpha}(V_0\pm a)t}\left\{C_1\ell^{-\frac{g}{C^2R}x}+\frac{C^2R}{\beta gFr}\right\}. \tag{19}$$

По краевому условию

$$(V(x,t))_{0,0}=V_0. \tag{20}$$

Теперь легко определить одно из частных решений задачи. Краевым условием задачи, в данном случае, является известная средняя скорость потока в нулевом (исходном, в смысле возникновения процесса) створе. В соответствии с (20), при $x=0$ и $t=0$, определяем

$$C_1=1-\frac{C^2R}{\beta gFr}\ . \tag{21}$$

В итоге, частное решение нелинейного уравнения (1) получаем в виде распределения усредненных скоростей движения потока в зависимости от двух переменных x и t:

$$V(x,t)=\frac{V_0}{1+\frac{1}{\alpha}(V_0\pm a)t}\left\{\left(1-\frac{C^2R}{\beta gFr}\right)\ell^{-\frac{g}{C^2R}x}+\frac{C^2R}{\beta gFr}\right\}. \tag{22}$$

Участки потока с нулевым уклоном водной поверхности в устьевой и других областях движения речных потоков формируются чаще всего волнами перемещения. Волны перемещения весьма многообразны: положительные и отрицательные; перемещающиеся вниз по течению, называют прямой волной, а перемещающиеся вверх – обратными волнами. Бывают волны наполнения, волны подпора, волны отлива и волны прилива, сгонно-нагонные волны, распространяющиеся за пределы области их формирования, барические волны, волны мертвой зыби и др. – в зависимости от причин и условий их возникновения и распространения.

Многообразие условий формирования участков потоков с нулевым уклоном, помимо параметра Fr, отображается в (22) членом $(V_0\pm a)$. Прямой волне соответствует (V_0-a), а остановившейся - $(V_0\pm a)=0$. Вышеизложенное подразумевает анализ возможных областей нахождения параметра $(V_0\pm a)$ на числовой оси, удовлетворяющих решению (22).

Рассмотрим характерные случаи: $(V_0\pm a)<0$, $(V_0\pm a)=0$, $(V_0\pm a)>0$. Требование существования и единственности решения, в смысле непрерывности

частных производных первого порядка функции $V(x,t)$. Используем при этом в качестве условия, позволяющего подвергнуть сомнению результат, основанный на гипотезе (14). Иначе скажем, интеграл (22) должен иметь значение для всей анализируемой области рассматриваемого возмущения. Замечаем, что функция (22) терпит разрыв при $1 \pm \frac{1}{\alpha}(V_0 \pm a)t = 0.$ Отсюда немедленно следует: значимый результат в (22) дает условие

$$R > \frac{1}{g}(V_0 + \frac{\alpha}{t})^2. \qquad (23)$$

Критерий (23) позволяет сделать заключение, что для подавляющей части случаев движения потока в естественных условиях, результат (22) сохраняет реальный смысл.

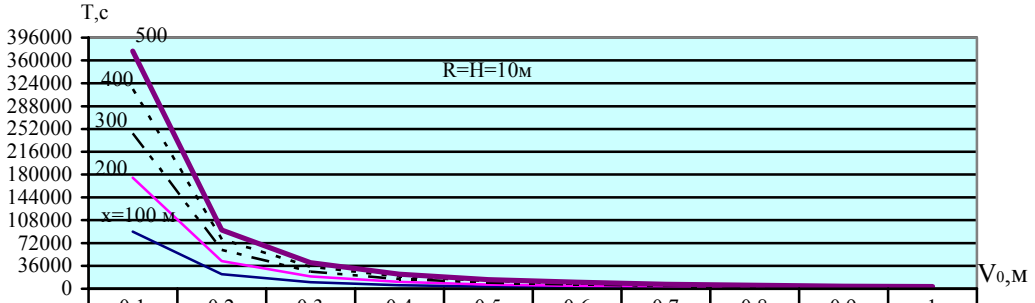
Заметим, что уравнение движения в смысле Сен-Венана не меняет своего математического строения при учете влияния ветра на водную поверхность при усилении бокового трения, при вытекании речной струи на взморье, если полагать в этих случаях все тот же вероятностный квадратичный закон сопротивления движению. Поэтому полученные результаты распространяются и на эти случаи движения потоков с горизонтальной водной поверхностью.

Результат (22) позволяет анализировать многие процессы, в основе которых сходные с (1) условия движения потоков. Выдвинутая гипотеза о параметре λ позволила получить полезный результат о распределении скоростей $V(x,t)$ на участке потока с нулевым уклоном водной поверхности, дать ясное толкование наперед задаваемому параметру решаемой задачи. Заметим здесь, что гипотеза (14) не противоречит исходному уравнению, в чем убеждаемся подстановкой (22) в (1). Однако эта гипотеза не исчерпывает всех других возможных толкований параметра решаемой задачи. Полученное решение в виде (22) позволяет анализировать влияние гидравлических характеристик потока и сопротивлений по его периметру на усредненные по сечению скорости, Множество возможных численных экспериментов на основе аналитического результата (22) равно числу сочетаний факторов, определяющих изменчивость усредненной скорости $V(x,t)$ в произвольном сечении потока вдоль участка с горизонтальной водной поверхностью. Особенно, если учитывать многообразие режимов потока определяемых безразмерными величинами Fr и a. Подобные гидравлические режимы в потоке возникают в условиях гидравлического прыжка при перемещении волн попусков в нижнем бьефе ГЭС, при выходе речной струи на взморье.

Численные эксперименты и их анализ для условий выхода речной струи на взморье. При выходе речной струи на взморье образуется начальный участок с постоянной скоростью, называемый «ядром речной струи». После завершения процесса формирования ядра струи, ниже по течению формируется переходная ее часть - зона инерционных течений, в которой скорости убывают от их значений в устьевом створе до некоторых малых величин. Затем речная струя в море прослеживается по шлейфу, в пределах которого расположены районы стоково-ветровых и ветровых течений, по [1].

Рассмотрим пространственно-временной масштаб начального участка по результатам численных экспериментов, основанных на (22). С этой целью вычислим время (T, с) установления начального участка, протяженностью от створа в устье до створа, на протяжении которого $V(x,t) \geq V_0$. Протяженность этого участка зависит от глубины взморья (или гидравлического радиуса струи) и усредненной скорости в начальном устьевом сечении. Результаты расчетов показаны на рис.1. Масштаб явления, в соответствии с [2], определится расстоянием от устьевого створа до

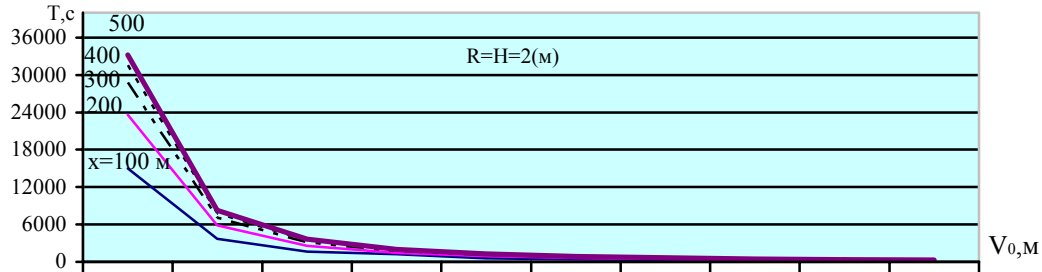
сечения потока, в котором существенно изменяется время приближения $V(x,t)$ к V_0. Это время ориентировочно равно от 18000 до 36000 с (рис.1). При глубине потока в начальном створе *H*=10 м, времени установления ядра речной струи 24000 с и усредненной скорости движения воды в его устьевом створе 0.2 м/с, этот участок составляет 4.8 км, а при 0.4 м/с – 9.6 км.



	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
x=100 м	90000	22600	10000	5590	3540	2435	1770	1345	1053	845
200	175000	43250	19000	10600	6710	4620	3360	2550	1996	1600
300	245000	61250	27000	15100	9550	6580	4790	3630	2840	2280
400	315000	78000	34300	19100	12110	8340	6070	4600	3600	2890
500	375000	92500	40800	22700	14410	9910	7210	5470	4285	3435

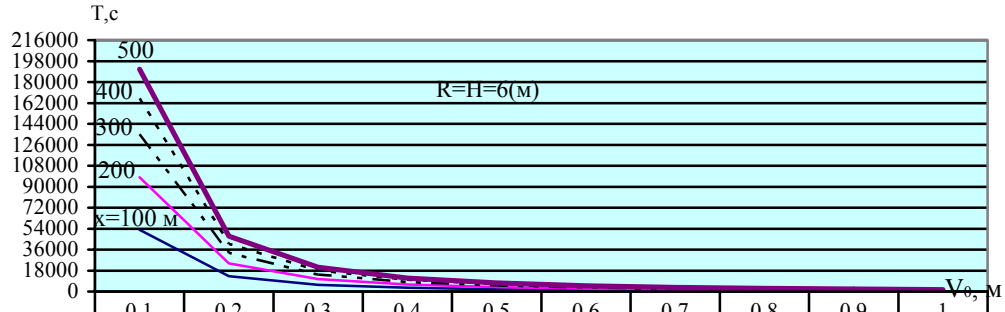
Рис.1 - Время установления на взморье постоянной скорости V_0 м/с в сечениях на различных расстояниях X, м от устьевого створа с глубиной *H*=10 м.

При другой скорости в устьевом створе (другом расходе воды из устьевого водотока) длина ядра речной струи, при глубине в устье *H*=2 м, той же скорости и времени установления начального участка в рассматриваемых створах, - составляет от 1,2 км до 2.4 км (рис.2). При глубине в устье *H*=6 м - протяженность начального участка составляет от 3.6 км до 7.2 км (рис.3).



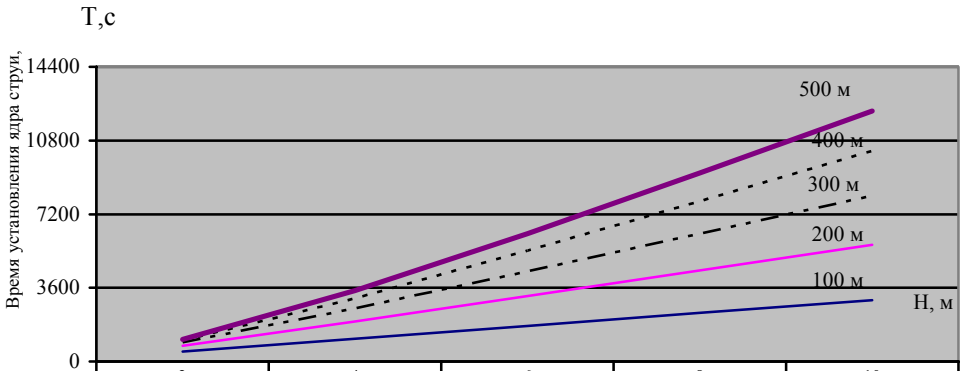
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
x=100 м	15000	3700	1630	1210	576	397	289	219	171	137
200	23600	5850	2580	1436	910	626	456	346	271	217
300	28800	7110	3130	1740	1105	759	553	419	328	263
400	31600	7810	3450	1920	1216	837	609	462	362	290
500	33200	8250	3625	2020	1282	881	642	487	381	306

Рис. 2 - Время установления на взморье постоянной скорости V_0 м/с в сечениях на различных расстояниях *X*, м от устьевого створа с глубиной *H*=2 м.



	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
x=100 м	53100	13200	5810	3235	2050	1410	1026	779	610	490
200	98000	24250	10650	5930	3760	2585	1883	1428	1118	897
300	135000	33290	14670	8190	5190	3565	2595	1970	1541	1237
400	166000	41000	18050	10050	6380	4385	3190	2420	1895	1521
500	191000	47500	20850	11630	7360	5065	3690	2798	2190	1758

Рис. 3 - Время установления на взморье постоянной скорости V_0 м/с в сечениях на различных расстояниях *X*, м от устьевого створа с глубиной *H*=6 м.

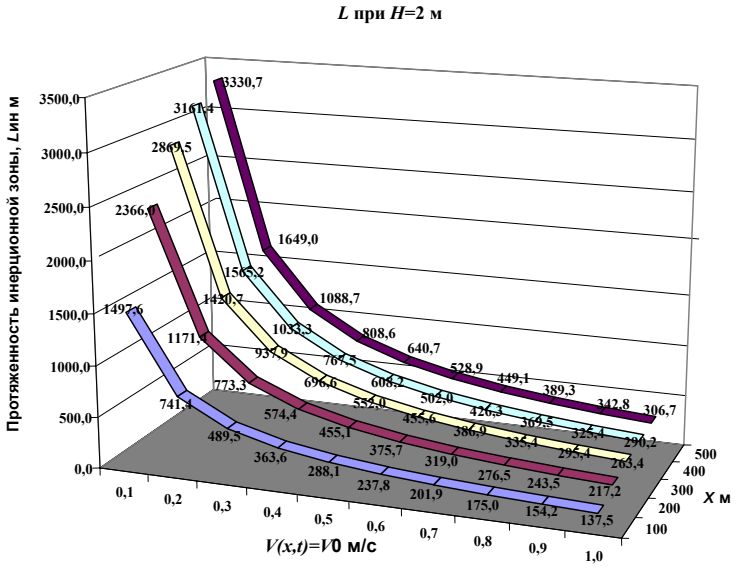


	2	4	6	8	10
100 м	489	1110	1743	2376	3000
200 м	774	1957	3195	4449	5700
300 м	939	2602	4401	6255	8100
400 м	1035	3093	5415	7830	10290
500 м	1087	3465	6255	9210	12240

Рис. 4 - Время установления усредненной скорости 0.3 м/с **in situ** в зависимости от глубины взморья (*H*, м) и расстояния от конечного створа ядра речной струи.

Более полное и точное представление о времени установления начальнго участка речной струи (ядра речной струи) показано на рис.4, при усредненной скорости в устьевом створе 0.3 м/с и такой же скорости течения на некотором удалении от исходного створа (удаление указано цифрами у линий в поле графика). Время установления ядра речной струи в зависимости от глубины в устьевом створе имеет практически линейный вид.

После формирования начального участка струи, с увеличением независимой переменной времени t ниже по течению формируется зона инерционных течений, по [3] именуемая переходным участком. Переходной участок обнаруживается по существенному изменению графиков скоростей в разных сечениях речной струи на взморье, рис.5. Протяженность инерционного участка ориентировочно равна 3-7 км.



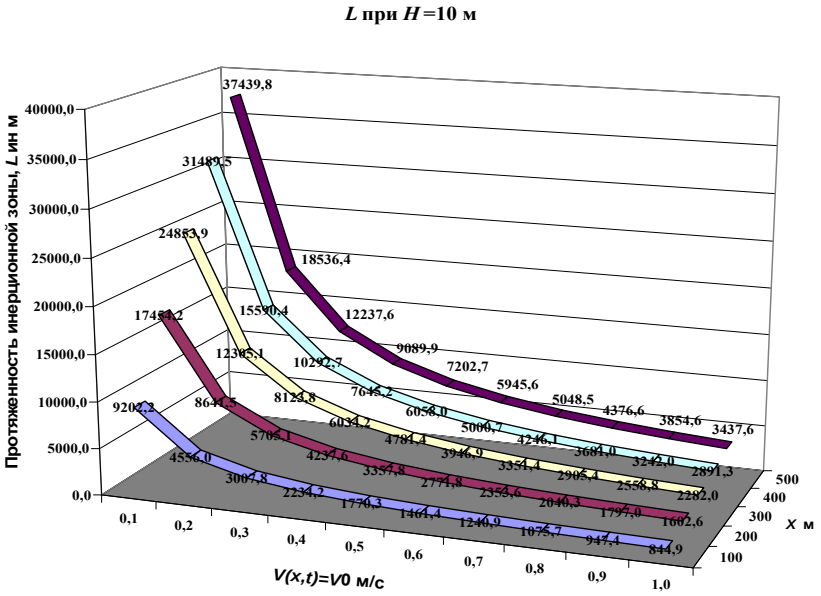


Рис.5 - Изменение протяженности зоны инерционных течений $L_{ин}$ в зависимости от установившейся скорости $V(x,t)=V_0$ в разных сечениях речной струи X_i.

Эти результаты согласуются с работой [4], в которой используется другой подход: изучается изменение структурных элементов речной струи в зависимости от увеличения глубин на взморье, а также разной интенсивностью вовлечения в нее морской воды. Изменение структурных элементов, в частности площади речной струи, наблюдается на расстоянии 4-6 ширин потока в устьевом створе. При этом не учитывалось, что на взморье сопротивление движению речной струи оказывает морское дно и боковые ее жидкие границы, которые существенно различаются [1].

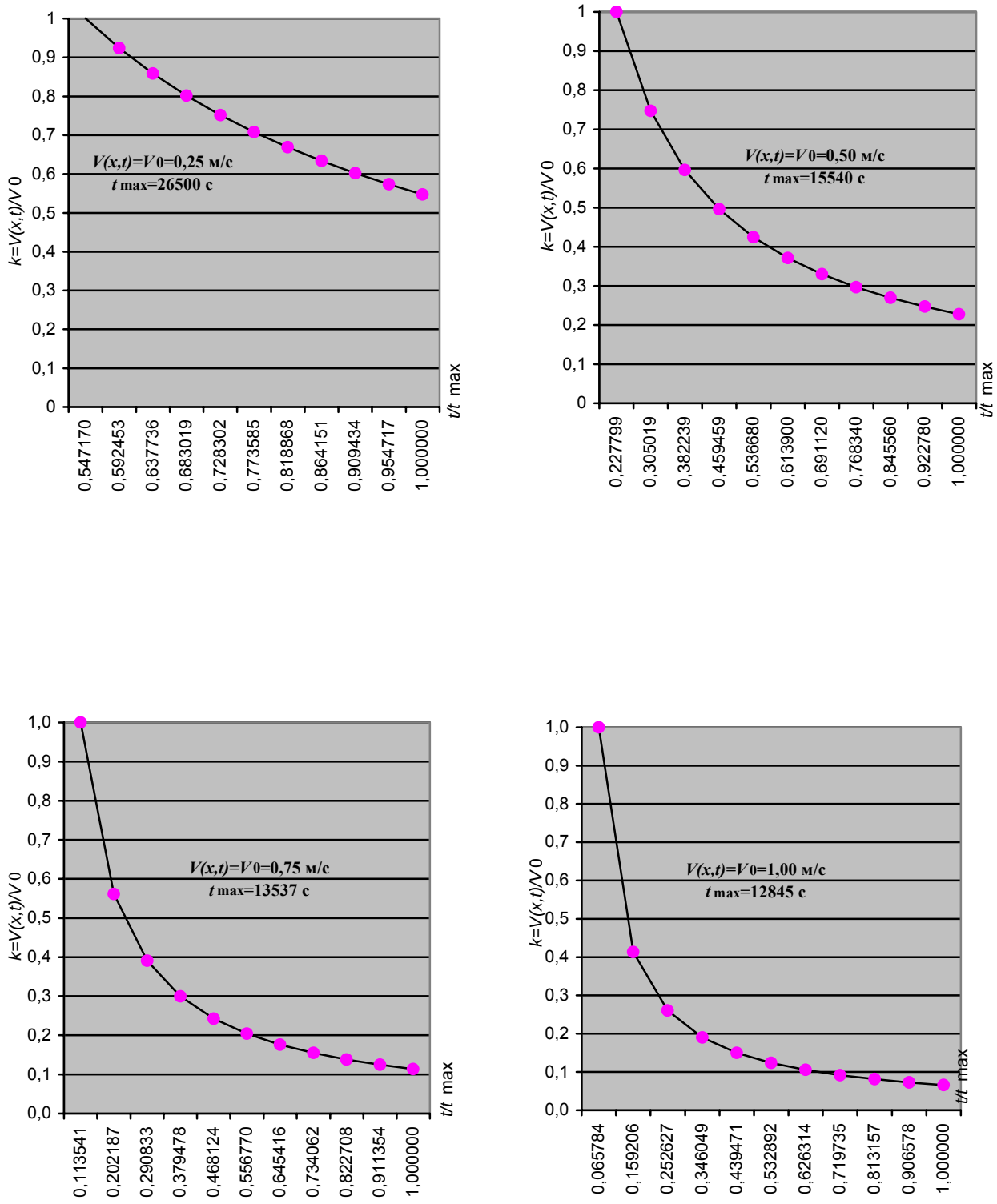


Рис.6 - Изменение безразмерной скорости $V(x,t)/V_0$ от безразмерного времени t/t_{max} в створе, расположенном ниже x =100 м по течению от ядра речной струи.

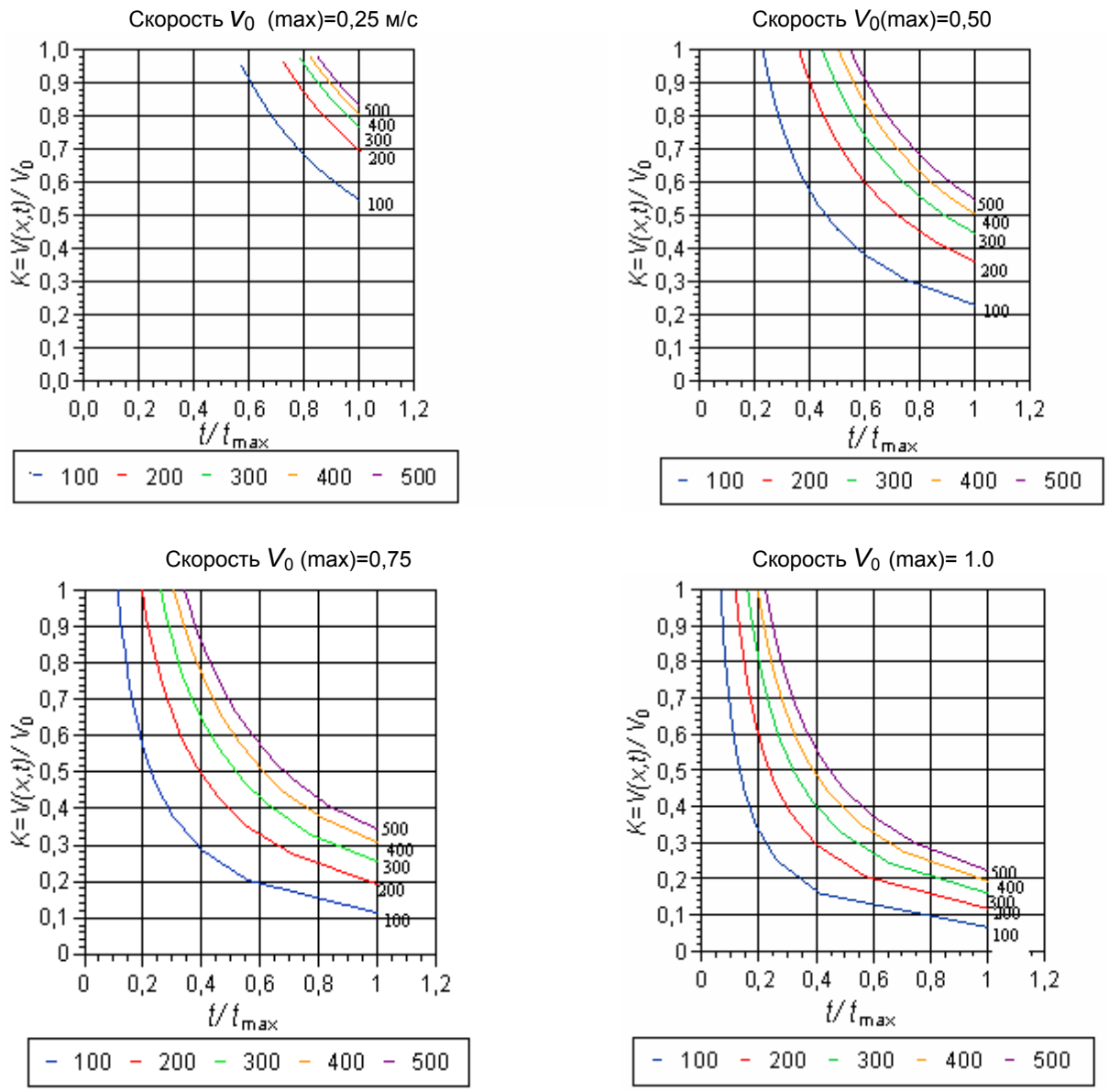


Рис.7 - Изменение безразмерной скорости $V(x,t)/V_0$ от величины усредненной скорости и расстояний до рассматриваемых водных сечений, ниже по течению от ядра речной струи.

Интенсивность убывания усредненной скорости зависит от ее величины в конечном створе ядра струи (если рассматривается актуальная скорость, ядро струи истощается в бесконечности [2]). Большим значениям скорости (большей секундной массе потока) соответствуют большие силы инерции, поскольку масса, как известно [5], является мерой инерции. Изменение безразмерной скорости $V(x,t)/V_0$ от безразмерного времени t / t_{max} в створе, расположенном на расстоянии x =100 м ниже по течению от ядра речной струи, показано на рис.6. Для других водных сечений струи графики выглядят аналогично.

Изменение безразмерной скорости $V(x,t)/V_0$ от размера речного стока из устья (величины усредненной скорости) и расстояний до рассматриваемых водных сечений, ниже по течению от ядра речной струи показано на рис.7. Численные эксперименты, выполненные на основе аналитического результата (22), качественно соответствуют результатам лабораторных исследований, приводимых в гидравлических справочниках,

например [5]. Полученные количественные оценки являются частным случаем возможного использования (22).

Выводы:

- аналитический результат усредненной по сечению скорости вдоль движения водного потока пригоден только для участков с горизонтальной водной поверхностью;
- в естественных условиях наблюдается большое разнообразие гидродинамических процессов, протекающих в ситуациях, описанных в статье. Им свойственна такая же пространственно-временная изменчивость усредненной скорости в зависимости от гидравлических характеристик. Зависимость (22) позволяет без значительных материальных затрат оценивать количественные и качественные изменения в протекании процессов при различных гидрологических фазах водного потока и при антропогенных вмешательствах в него;
- частный результат решения уравнения Сен-Веннана можно использовать в качестве краевых условий при численном решении уравнений гидродинамики, а также для верификации численных математических моделей;
- проведенные численные эксперименты, применительно к условиям выхода речной струи на взморье, показывают эффективность подобного изучения гидравлических закономерностей движения водных потоков. Пример выполненных численных экспериментов для условий выхода речной струи в море с горизонтальной водной поверхностью свидетельствует:

а) о наличии начального участка постоянных скоростей протяженностью 2-10 км при выходе речной струи на взморье (в работе [3] длина ядра речной струи 4-6 км, в [6] – 4-5 км);

б) о наличии участка значительных горизонтальных градиентов скоростей - возможной значительной турбулентности, с одной стороны, и возможного осаждения наносов различной гидравлической крупности при понижении скоростей до критических значений, с другой и пр. Такая зона в стоковой струе вытекающей на взморье, в научных работах, например [1,3,6], обычно не выделяется ;

в) о том, что шлейфу речной струи свойственна малая и незначительно изменяющаяся во времени и пространстве стоковая составляющаяся скорости течения. По [1] в выделенной нами зоне шлейфа речной струи расположены зоны стоково-ветровых и ветровых течений;

г) чем больше масса вытекающих из дельтового рукава в море речных вод (рис.5,6), тем существеннее силы инерции, действующие на массу речной воды (значительнее градиенты усредненной скорости).

Список литературы

1. *Михайлов В.Н.* Гидрология устьев рек. – М.: Московский университет, 1998. - 175 с.

2. *Ландау Л.Д, и Е.М. Лифшиц*. Теоретическая физика: Учебное пособие. Т.VI. Гидродинамика. - М.: Наука, 1988.-736с.

3. Справочник по гидравлике. /Под ред. Большакова В.А.-Киев: ”Высшая школа”, 1977.-280с.

4. *Илюшин В.Я, Пушкарь А.В., Ставерская* А.В. Изменение структуры речной струи на взморье при изменении глубины и интенсивности присоединения к ней морской воды // Український гідрометеорологічний журнал. -2008. – Вып.3.-С.221-228.

5. *Корякин Н.И.,Быстров К.Н., Чиреев П.С.* Краткий справочник по физике. -М.: ”Высшая школа”, 1969.- 598с.

6. *Войнич-Сяноженцкий Т.Г.* Гидродинамика устьевых участков рек и взморий бесприливных морей. - Л.: Гидрометеоиздат, 1972. - 203 с.

Часткове рішення рівняння Сен-Веннана для ділянки потоку з нульовим ухилом водної поверхні.

Ілюшин В.Я. *У статті розглядається часткове рішення рівняння Сен-Веннана, з урахуванням інерційних його складових. Аналітичний результат використовується для проведення чисельних експериментів, які причетні до процесу виходу річкового струменя на неприливне узмор'я. Обговорюються якісні і кількісні характеристики початкової і перехідної ділянок струменя, шлейфу річкового струменя на узмор'ї.*

Ключові слова: рівняння Сен-Веннана, початкова і перехідна ділянки, шлейф річкового струменя на узмор'ї.

Particular solution of Saint -Venant equation for an area of stream with the zero slope of water surface.

V. Ilushin *Particular solution of Saint-Venant equation is under consideration in the paper, with its inertia constituents taken account of. The analytical result is used for conducting numerical experiments related to the process of river stream outlet onto a tideless coast. Qualitative and quantitative characteristics of initial and transitional areas of the stream as well as ones of a tail of a river stream at a coast come into question.*

Keywords: Saint-Venant equation, initial and transitional areas, tail of a river stream at a coast.