

**В.Ф. Мансарлийский, преп.**

*Одесский государственный экологический университет*

## **МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ИНДЕКСОВ СЕВЕРОАТЛАНТИЧЕСКОГО И ЮЖНОГО КОЛЕБАНИЙ И ВИХРЕВОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В СРЕДНИХ И ТРОПИЧЕСКИХ ШИРОТАХ**

*На основе мультифрактального формализма с использованием алгоритма Грассбергера-Прокаччия выполнен мультифрактальный анализ временных рядов индексов Североатлантического и Южного колебаний, флуктуаций вихревой кинетической энергии в средних и тропических широтах.*

*Ключевые слова:* мультифрактальный анализ, Североатлантическое и Южное колебания, вихревая кинетическая энергия

### **1. Введение.**

В настоящее время достаточно надежно установлено несомненное воздействие некоторых структур телеконнекции на погодные условия и климат над различными регионами Земного шара [1-8]. Одним из хорошо известных крупномасштабных климатообразующих процессов в Северном полушарии Земного шара является так называемое Североатлантическое колебание, представляющее на самом деле одну из наиболее проявляемых схем телеконнекции во все сезоны. Согласно работам [1,2], Североатлантическое колебание объединяет части Восточно-Атлантической и Западно-Атлантической схем телеконнекции. В работе [3] рассмотрены вариации климата, связанные с Североатлантическим колебанием, а в [4] изучается влияние Североатлантического колебания на энергетику внетропических широт. Уместно напомнить, что Североатлантическое колебание состоит из диполя аномалий, один центр которого расположен над Исландией, а второй, имеющий противоположный знак, находится в районе Канарских островов. В случае положительной фазы Североатлантического колебания в высоких широтах Северной Атлантики наблюдается давление, несколько ниже нормального, а над центральной частью Северной Атлантики, востоком США и Западной Европой наблюдается давление, превышающее обычное. В случае отрицательной фазы Североатлантического колебания над указанными районами появляются аномалии противоположных знаков. Упомянутые фазы соответствуют изменениям интенсивности Североатлантического струйного течения, а также крупномасштабных зональных и меридиональных переносов тепла и влаги [2,6,7]. Это индуцирует соответствующие изменения в полях температуры и осадков, что проявляется над регионами от восточной части Северной Атлантики до Центральной Европы. Следуя [3], следует также упомянуть существенную корреляцию между зимними индексами Североатлантического колебания и блокирующими ситуациями в указанном регионе, причем процесс блокирования наблюдается при значительной меридиональной циркуляции. В работах [5,8] в рамках изучения энергетики атмосферы применялось вейвлет-разложение для идентификации связи между индексами Североатлантического колебания и запасами вихревой кинетической энергии в умеренных широтах и тропиках. Согласно [6,7], для Североатлантического колебания характерны значительные кратковременные (8-10 дней) и долговременные (межсезонные и межгодовые) колебания. В этом свете представляется важным выбор характерного временного интервала, используемого при определении индексов Североатлантического колебания. Согласно оценкам [5,8], проведенным для суточных индексов Североатлантического колебания, взаимосвязь между ними и содержанием

кинетической энергии  $K_E$  не существенна для временных масштабов меньше 1 года. С другой стороны, выявлена и краткосрочная изменчивость (включая 10-суточную) в цикле Североатлантического колебания. При этом показано, что использование очень длинного временного ряда суточных данных для того, чтобы выявить долговременные колебания, не является необходимым. Целью настоящей работы является мультифрактальный анализ временных рядов индексов Североатлантического и Южного колебаний, а также запасов вихревой кинетической энергии в средних и тропических широтах. Отметим, что примененная нами ниже схема базируется на методике, апробированной в работах [9-15]. Следует напомнить, что теория фракталов и мультифракталов в настоящее время широко используется для исследования свойств самоподобия и сложного скейлинга, характерных для многих динамических, в частности, геофизических систем (см., напр., [16-20]).

## 2. Мультифрактальный подход. Алгоритм Грассбергера-Прокаччия

Для изучения характеристик временных рядов индексов Североатлантического, а также Южного колебаний нами использована модифицированная методика Грассбергера-Прокаччия [16]. Согласно классической теории [17], главным объектом мультифрактального формализма является, естественно, мультифрактальный спектр, а главное изучаемое свойство - скейлинг или самоподобие. Обычно применяемая классическая схема вычисления спектра фрактальных размерностей, основанная на стандартном предельном определении, является в известном смысле наиболее последовательной, однако, на практике сталкивается с рядом проблем при ее реализации, в частности, из-за медленной сходимости при предельном переходе. В этой связи более предпочтительным является подход, основанный на расчете обобщенных фрактальных характеристик как глобальных характеристик, по которым соответственно вычисляется и спектр сингулярностей. Альтернативной следует считать методику мультифрактального анализа сложных сигналов, которая основывается на непрерывном вейвлет-преобразовании. Для практических применений особенно в области гидрометеорологии и геофизических наук традиционно достаточно эффективным и приемлемым представляется алгоритм Грассбергера-Прокаччия [16]. Разумеется, в этом методе анализируются наборы эквидистантных временных данных, для получения и уточнения которых в случае необходимости обычно используется метод сплайн-интерполяции. Мастерная корреляционная функция (корреляционный интеграл) определяется по формуле

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(n-1)} \sum_{\substack{i,j \\ (1 \leq i < j \leq N)}} H(r - \|y_i - y_j\|), \quad (1)$$

где  $r$  – радиус сферы с центром в  $y_i$  или  $y_j$ ;

$N$  – длина временного ряда.

$H$  – единичная функция Хевисайда, определяемая как обычно

$H(u) = 1$  для  $u \geq 0$  и  $H(u) = 0$  для  $u \leq 0$ .

Если для изучаемой динамической системы характерным является наличие аттрактора (в фазовом пространстве), то корреляционная функция (1) связана с радиусом  $C(r) \sim r^{d_2}$ , где  $d_2$  – корреляционная размерность. Искомая размерность определяется предельным соотношением

$$d_2 = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{\log C(r)}{\log r}, \quad (2)$$

Стандартная схема включает далее вычисление корреляционной размерности обычно в так называемом диапазоне масштабирования по данным о наклоне наклон линии в координатах  $\log C(r)$  и  $\log r$ . Далее, как обычно (см. детали в [10-12]), значение корреляционной размерности, при котором она достигает насыщения, определяется как корреляционная размерность соответствующего аттрактора ( $d_A$ ). Ближайшее целое число, большее чем  $d_A$ , дает так называемую оптимальную размерность вложения  $d_E$  для реконструкции фазового пространства. Другими словами, речь идет об определении числа динамических переменных, необходимых для описания и моделирования эволюции системы. Более детальное изложение реализации данной методики можно найти, напр., в [10-13,16,20].

### 3. Результаты и выводы.

Ниже приведены результаты мультифрактального анализа временных рядов индексов Североатлантического колебания (САК) и Южного колебания (ЮК), запасов

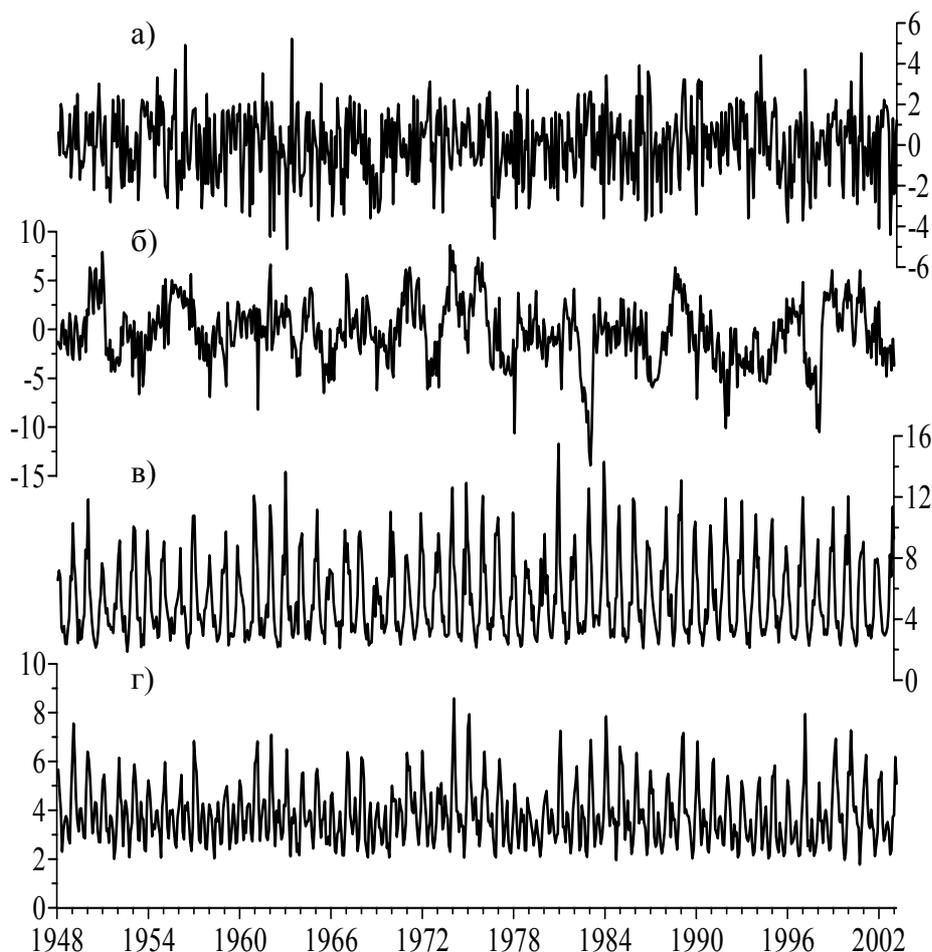


Рис. 1 - Временные ряды индексов САК (а) и ЮК (б) и запасов  $K_E$  (Дж м<sup>-2</sup>) в средних (в) и тропических (г) широтах.

вихревой кинетической энергии  $K_E$  в средних и тропических широтах. Детальное

описание соответствующих наборов временных данных дано в работах [3-8]. На рис.1 приведены среднемесячные данные индексов Североатлантического и Южного колебаний, запасов вихревой кинетической энергии в средних и тропических широтах. Соответствующие данные относятся к временному интервалу, начиная с 1948г.

Наш анализ показывает, что поведение искомым временных рядов индексов Североатлантического колебания и Южного колебания, а также в меньшей степени запасов вихревой кинетической энергии  $K_E$  в средних и тропических широтах удовлетворяет основным критериям феномена детерминистического хаоса. Оцененные по методике Грассбергера-Прокаччия соответствующие фрактальные размерности, характеризующие свойства самоподобия и скейлинга, лежат в интервале [1.7-2.5], что, в принципе коррелирует с аналогичными данными по другим геофизическим системам. Поэтому вполне уместно здесь говорить о фундаментальном феномене генезиса фрактальных размерностей в родственных геофизических динамических системах [12-20]. Важно также подчеркнуть, что полученные в работе оценки можно использовать в качестве стартовой основы для последующего рассмотрения и решения такого класса задач как, скажем, восстановление и прогнозирование флуктуационных изменений индексов Североатлантического и Южного колебания, а также величин запасов вихревой кинетической энергии в средних и тропических широтах в любом интересующем временном интервале.

### Список литературы

1. *Barnston A.G., Livezey R.E.* Classification, seasonality and persistence of low-frequency atmospheric circulation patterns // *Monthly Weather Review.* – 1987. – Vol. 115. – No. 6. – P. 1083-1126.
2. *Wallace J.M., Gutzler D.S.* Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter // *Monthly Weather Review.* – 1981. – Vol. 109. – No. 4. – P. 784-812.
3. *Stein O.* The variability of Atlantic-European blocking as derived from long SLP time series // *Tellus.* – 2000. – Vol. 52A. – No. 3. – P. 225-236.
4. *Hurrell J.W., van Loon H.* Decadal variations in climate associated with the North Atlantic Oscillation // *Climatic Change.* – 1997. – Vol. 36. – No. 3-4. – P. 301-326.
5. *Хохлов В.Н.* Влияние Северо-Атлантического колебания на энергетику внетропических широт // *Метеорологія, кліматологія та гідрологія.* – 2002. – Вип. 46. – С. 30-34.
6. *DelSole T.* Optimally persistent patterns in time-varying fields // *Journal of the Atmospheric Sciences.* – 2001. – Vol. 58. – No. 11. – P. 1341-1356.
7. *Benedict J.J., Lee S., Feldstein S.B.* Synoptic view of the North Atlantic Oscillation // *Journal of the Atmospheric Sciences.* – 2004. – Vol. 61. – No. 2. – P. 121-144.
8. *Хохлов В.Н., Мансарлийский В.Ф.* Запасы энергии в нижней стратосфере северного полушария// *Метеорологія, кліматологія та гідрологія.*-2002.-Вип. 45.-С.53-57.
9. *Glushkov A.V., Loboda N.S., Khokhlov V.N., Lovett L.* Using non-decimated wavelet decomposition to analyze time variations of North Atlantic Oscillation, eddy kinetic energy, and Ukrainian precipitation // *Journal of Hydrology (Elsevier; The Netherlands).* – 2006. – Vol. 322, №1-4.–P.14-24.
10. *Глушков А.В., Сербов Н.Г., Балан А.К., Лукаш Т.В.* Многофакторный системный и мультифрактальный подходы в моделировании годового стока (р. Дунай) // *Вісник*

- Одеського державного екологічного ун-ту.-2009.-N7.-P.186-191.
11. Глушков А.В., Лобода Н.С., Хохлов В.Н., Сербов Н.Г., Свинаренко А.А., Бунякова Ю.Г. Хаос во временных рядах концентраций загрязняющих веществ в атмосфере: краткосрочный прогноз// Вісник Одеського державного екологічного ун-ту.-2008.-N5.-С.225-235.
  12. Khokhlov V.N., Glushkov A.V., Loboda N.S., Bunyakova Yu.Ya. Short-range forecast of atmospheric pollutants using non-linear prediction method// Atmospheric Environment (Elsevier).-2008.-Vol.42.-P. 7284–7292.
  13. Сербов Н.Г., Балан А.К., Соляникова Е.П. Многофакторный системный и мультифрактальный подходы в моделировании экстремально высоких паводков (на примере р. Дунай) и временных флуктуаций концентраций загрязняющих веществ в речной воде// Вісник Одеського державного екологічного ун-ту.-2008.-№6.-С.7-13.
  14. Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Loboda N.S., Serbov N.G., Zhurbenko K. Signatures of low-dimensional chaos in hourly water level measurements at coastal site of Mariupol, Ukraine// Stoch. Environment Res. Risk Assess. (Springer).-2008.-Vol.22.-P.777-788.
  15. Амбросов С.В., Серга Э.Н., Мансарлийский В.Ф., Кольцова Н.Ю. Баланс углового момента Земли и атмосферные радиоволноводы: Элементы нестационарной теории// Вісник Одеського державного екологічного ун-ту.- 2012.-№14.-С.41-45.
  16. Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors // Physica D.-1983.-Vol.9,№1-2.-P.189-208.
  17. Mandelbrot B.B. The fractal geometry of nature.- San Francisco: W.H. Freeman, 1982.- 580P.
  18. Falconer K.J. The geometry of fractal sets.- Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985.- 480P.
  19. Anishchenko V.S. Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems.- Berlin: Springer, 2002.- 320P.
  20. Глушков А.В., Бунякова Ю.Я. Анализ и прогноз влияния антропогенных факторов на воздушный бассейн промышленного города.- Одесса: Экология, 2010.- 256с.

**Мультифрактальний аналіз часових рядів індексів Північноатлантичного і Південного коливаль, флуктуацій вихрової кінетичної енергії у середніх та тропічних широтах. Мансарлійський В.Ф.**

*На підставі мультифрактального формалізму з використанням алгоритму Грассбергера-Прокаччіа виконаний мультифрактальний аналіз часових рядів індексів Північноатлантичного та Південного коливаль, флуктуацій вихрової кінетичної енергії у середніх та тропічних широтах.*

**Ключові слова:** мультифрактальний аналіз, Північноатлантичне і Південне коливання, вихрова кінетична енергія

**A multi-fractal analysis of temporal sets for the North-Atlantic and South vibration indexes and edge kinetic energy in the middle and tropical latitudes. Mansarliysky V.F.**

*It is carried out a multifractal analysis of temporal sets for the North-Atlantic and South vibration indexes and edge kinetic energy in the middle and tropical latitudes within a multi-fractal formalism with using the Grassberger-Procaccia algorithm.*

**Key words:** multifractal analysis, North-Atlantic and South vibrations, edge kinetic energy