

**В.Н. Большаков, к.г.н., М.В. Большаков**

*Одесский филиал института биологии южных морей*

*Беляевский нотариальный округ Одесской области, г.Беляевка*

## **ПОТОКИ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ НА ПОВЕРХНОСТИ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ РАЗНОЙ ОРИЕНТАЦИИ**

*Представлен инструмент для расчета потоков солнечной энергии на надводные и подводные части гидротехнических сооружений. Дискретность расчетов по времени одна минута для конкретных суток года и одни сутки для года в целом. Входные параметры: дата, широта места, ориентация поверхности по азимуту и наклону к горизонту, которые могут быть любыми. Учитывается преломление и отражение солнечных лучей на границе воздух–вода, ослабление потока за счет длины пути в атмосфере с учетом ее прозрачности, а также облачность, общая и нижнего яруса.*

**Ключевые слова:** *поток энергии, надводная поверхность, подводная поверхность, ослабление, отражение, преломление, прозрачность, облачность.*

**Вступление.** Целью, решаемой в настоящей статье задачи было стремления расширить круг абиотических факторов, учитываемых при изучении автотрофного звена экосистем в Одесском филиале института биологии южных морей. Сначала для оценки влияния освещенности на обрастание водной растительностью выполнялись ее прямые измерения с солнечной и теневой сторон гидротехнических сооружений, под водной поверхностью и над ней. Однако они дали положительный результат лишь в частных случаях однородной десятибалльной облачности и практически полного ее отсутствия. В общем же случае, отдельные облака, закрывая или открывая солнечный диск, меняли освещенность в несколько, иногда до 6 раз, причем за 1 – 2 минуты при практически неизменных параметрах облачности и положении Солнца. Это делало невозможным поставить освещенность во взаимно-однозначное соответствие с определяющими ее факторами. Вследствие этого возникла идея использовать вместо измеренной освещенности расчетные потоки солнечной энергии.

**Объекты и выходные материалы исследования.** Исследуется изменчивость потоков солнечной энергии на надводные и подводные части гидротехнических сооружений. Эта изменчивость определяется многими факторами. Прежде всего это непрерывно меняющиеся в течение светового дня высота и азимут Солнца, которые в свою очередь зависят от широты места, от календарной даты и времени суток.

Во-вторых, это факторы, ослабляющие потоки энергии на пути от верхней границы атмосферы до поверхностей гидротехнических сооружений. Для надводных частей этих поверхностей необходимо реально оценить прозрачность атмосферы, а поскольку она не идеально прозрачна, то учесть также непрерывно меняющуюся в течение дня длину пути лучей Солнца через слой воздуха. Для подводных частей гидротехнических сооружений необходимо дополнительно учесть по меньшей мере отражение лучей от водной поверхности и изменение направления их распространения в результате преломления при ее пересечении. Особенно интересен учет такого фактора как облачность, поскольку именно она создает различия между пунктами, расположенными на одной широте, и между одинаковыми календарными отрезками времени разных лет в одном пункте.

В-третьих, конечный результат, а именно: суммарный поток энергии за выбранный отрезок времени, сильно зависит как от ориентации самих поверхностей

гидротехнических сооружений относительно сторон света, так и от их наклона к горизонту.

**Метод исследования.** Решение поставленной задачи осуществляется разработкой собственной модели, учитывающей перечисленные выше факторы, ее компьютерной реализацией и расчетами, результаты которых должны логично согласовываться с изменением астрономических и метеорологических факторов, а там, где это возможно, сопоставляться с результатами наблюдений. Представление метода исследования составляет основное содержание и цель настоящей работы.

Если потоки на горизонтальные поверхности рассчитываются элементарно, а на вертикальные – достаточно просто, то решение в общем виде для произвольно ориентированных поверхностей далеко не очевидно.

1. Введем следующие обозначения:

$\varphi$  – географическая широта ( $\varphi \in [-\pi/2; +\pi/2]$ , знак “+” обозначает северную широту, знак “-” – южную);

$\lambda$  – географическая долгота ( $\lambda \in [-\pi; +\pi]$ , знак “+” обозначает восточную долготу, знак “-” – западную);

$\theta = \frac{23,45}{180} \pi$ , рад – угол наклона земной оси;

$N = 365,2422$  – количество суток в году.

$\omega = \frac{2\pi}{86400} \cdot \frac{N+1}{N}$ , рад·с<sup>-1</sup> – угловая скорость суточного вращения Земли вокруг своей оси (относительно звёзд);

$\Omega = \frac{\omega}{N+1} = \frac{2\pi}{86400} \cdot \frac{1}{N}$  рад·с<sup>-1</sup> – угловая скорость годового обращения Земли вокруг Солнца;

$L_0 = 1367$  Вт·м<sup>-2</sup> – солнечная постоянная (суммарный поток солнечного излучения, проходящий за единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку, на расстоянии одной астрономической единицы (а.е.) от Солнца и вне земной атмосферы).

За начальный момент времени  $t = 0$  принимаем 12:00 GMT дня летнего солнцестояния.

2. Введем геоцентрическую декартову систему координат  $Ox_1y_1z_1$ , в которой видимые суточное и годовое движения Солнца описывается наиболее просто:

единица расстояния – 1 а. е.;

начало координат  $O$  совпадает с центром Земли;

плоскость  $Ox_1y_1$  совпадает с плоскостью эклиптики;

ось  $Oy_1$  направлена так, что в день летнего солнцестояния указывает на Солнце;

ось  $Ox_1$ , если смотреть на нее с положительного конца оси  $Oz_1$ , направлена вправо от оси  $Oy_1$  так, что поворот от оси  $Ox_1$  к оси  $Oy_1$  происходит против часовой стрелки.

3. Радиус-вектор Солнца в этой системе координат имеет вид:

$$\vec{r}_1(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ z_1(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \Omega t \\ \cos \Omega t \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

4. Вычисляем координаты Солнца относительно наблюдателя, находящегося в определённой точке на поверхности вращающейся Земли. Поскольку радиус Земли много меньше принятой единицы расстояния, то для перехода к системе координат (Oxyz), связанной с наблюдателем, исходную систему координат перемещать не надо, а достаточно только трижды повернуть (табл.1):

Таблица 1 - Преобразование системы координат, связанной с центром Земли, в систему координат, связанную с наблюдателем

№ поворота	Исходная система координат	Ось, вокруг которой осуществляется поворот	Угол поворота	Результирующая система координат
1	Ox <sub>1</sub> y <sub>1</sub> z <sub>1</sub>	Ox <sub>1</sub>	$\theta_1 = -\theta$	Ox <sub>2</sub> y <sub>2</sub> z <sub>2</sub>
2	Ox <sub>2</sub> y <sub>2</sub> z <sub>2</sub>	Oz <sub>2</sub>	$\theta_2(t) = \omega t + \lambda$	Ox <sub>3</sub> y <sub>3</sub> z <sub>3</sub>
3	Ox <sub>3</sub> y <sub>3</sub> z <sub>3</sub>	Ox <sub>3</sub>	$\theta_3 = \varphi - \pi/2$	Oxyz

Радиус-вектор Солнца при поворотах системы координат изменяется следующим образом:

- 1)  $\vec{r}_2(t) = M_x(\theta_1) \times \vec{r}_1(t)$ ;
- 2)  $\vec{r}_3(t) = M_z(\theta_2(t)) \times \vec{r}_2(t)$ ;
- 3)  $\vec{r}(t) = M_x(\theta_3) \times \vec{r}_3(t)$ ,

или в один приём

$$\vec{r}(t) = M_x(\theta_3) \times M_z(\theta_2(t)) \times M_x(\theta_1) \times \vec{r}_1(t), \quad (2)$$

где

$$M_x(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \text{ – матрица поворота вокруг оси Ox};$$

$$M_z(\theta) = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ – матрица поворота вокруг оси Oz}.$$

Перемножая матрицы:

$$M_x(\theta_3) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi - \pi/2) & \sin(\varphi - \pi/2) \\ 0 & -\sin(\varphi - \pi/2) & \cos(\varphi - \pi/2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/2 - \varphi) & -\sin(\pi/2 - \varphi) \\ 0 & \sin(\pi/2 - \varphi) & \cos(\pi/2 - \varphi) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varphi & -\cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{vmatrix},$$

$$M_x(\theta_2(t)) = \begin{vmatrix} \cos(\omega t + \lambda) & \sin(\omega t + \lambda) & 0 \\ -\sin(\omega t + \lambda) & \cos(\omega t + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$M_x(\theta_1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\theta) & \sin(-\theta) \\ 0 & -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix},$$

получаем

$$M(t) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varphi & -\cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \cos(\omega t + \lambda) & \sin(\omega t + \lambda) & 0 \\ -\sin(\omega t + \lambda) & \cos(\omega t + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \cos(\omega t + \lambda) & \sin(\omega t + \lambda) & 0 \\ -\sin \varphi \sin(\omega t + \lambda) & \sin \varphi \cos(\omega t + \lambda) & -\cos \varphi \\ -\cos \varphi \sin(\omega t + \lambda) & \cos \varphi \cos(\omega t + \lambda) & \sin \varphi \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \cos(\omega t + \lambda) & \cos \theta \sin(\omega t + \lambda) & -\sin \theta \sin(\omega t + \lambda) \\ -\sin \varphi \sin(\omega t + \lambda) & \sin \varphi \cos \theta \cos(\omega t + \lambda) - \cos \varphi \sin \theta & -\sin \varphi \sin \theta \cos(\omega t + \lambda) - \cos \varphi \cos \theta \\ -\cos \varphi \sin(\omega t + \lambda) & \cos \varphi \cos \theta \cos(\omega t + \lambda) + \sin \varphi \sin \theta & -\cos \varphi \sin \theta \cos(\omega t + \lambda) + \sin \varphi \cos \theta \end{vmatrix}.$$

Теперь, умножив  $M(t)$  на исходный радиус-вектор, получим

$$\vec{r}(t) = \begin{vmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sin \Omega t \cos(\omega t + \lambda) + \cos \theta \cos \Omega t \sin(\omega t + \lambda) \\ \sin \varphi \cos \theta \cos \Omega t \cos(\omega t + \lambda) + \sin \varphi \sin \Omega t \sin(\omega t + \lambda) - \cos \varphi \sin \theta \cos \Omega t \\ \cos \varphi \cos \theta \cos \Omega t \cos(\omega t + \lambda) + \cos \varphi \sin \Omega t \sin(\omega t + \lambda) + \sin \varphi \sin \theta \cos \Omega t \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Из декартовых координат Солнца можно получить угловые – высоту и азимут:

$$B(t) = \arcsin(z(t)), \quad (4)$$

$$A(t) = \arctg(x(t)/y(t)) \quad . \quad (5)$$

5. Упрощения. Во-первых, поскольку в течение суток положение Солнца на небесном своде относительно звезд меняется незначительно, то будем считать, что фаза годового вращения в течение дня неизменна и равна фазе в полдень:

$$\Omega t \approx \Phi_n = \frac{(2n+1)\pi}{86400N},$$

где  $n$  – номер дня в году (считая день летнего солнцестояния днём номер 0).

Таким образом, в формуле (3) для  $\vec{r}(t)$  будет  $\sin \Omega t = \sin \Phi_n = \text{const}$  и  $\cos \Omega t = \cos \Phi_n = \text{const}$ .

Во-вторых, так как в дальнейшем нас будут интересовать потоки энергии за целые сутки, а результат интегрирования  $\sin$  и  $\cos$  за полный период не зависит от начальной фазы, то можно в формуле  $\vec{r}(t)$  положить  $\lambda = 0$ .

Тогда для дня номер  $n$  получаем

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \Phi_n \cos \omega t + \cos \theta \cos \Phi_n \sin \omega t \\ \sin \varphi \cos \theta \cos \Phi_n \cos \omega t + \sin \varphi \sin \Phi_n \sin \omega t - \cos \varphi \sin \theta \cos \Phi_n \\ \cos \varphi \cos \theta \cos \Phi_n \cos \omega t + \cos \varphi \sin \Phi_n \sin \omega t + \sin \varphi \sin \theta \cos \Phi_n \end{pmatrix}. \quad (6)$$

6. Моменты восхода и захода Солнца над горизонтом – суть решения уравнения  $z(t) = 0$ :

$$\cos \varphi \cos \theta \cos \Phi_n \cos \omega t + \cos \varphi \sin \Phi_n \sin \omega t + \sin \varphi \sin \theta \cos \Phi_n = 0$$

или, разделив на  $\cos \varphi$ , получим

$$\cos \theta \cos \Phi_n \cos \omega t + \sin \Phi_n \sin \omega t + \operatorname{tg} \varphi \sin \theta \cos \Phi_n = 0. \quad (7)$$

В общем виде уравнение вида (7)

$$A \cos x + B \sin x + C = 0$$

решается так:

$$\begin{aligned} \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin x &= \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \\ \cos\left(\operatorname{arctg} \frac{B}{A}\right) \cos x + \sin\left(\operatorname{arctg} \frac{B}{A}\right) \sin x &= \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \\ \cos\left(x - \operatorname{arctg} \frac{B}{A}\right) &= \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \\ x = \operatorname{arctg} \frac{B}{A} \pm \arccos \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} + 2\pi k, &\quad \text{где } k \in N. \end{aligned}$$

Подставляя сюда из (7)

$$\begin{aligned} A &= \cos \theta \cos \Phi_n, \\ B &= \sin \Phi_n, \\ C &= \operatorname{tg} \varphi \sin \theta \cos \Phi_n, \end{aligned}$$

берём решение только с  $k = 0$ , так как восходы и заходы при других  $n$  приходятся на другие дни, и получаем

$$t = \frac{1}{\omega} \left( \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \Phi_n}{\cos \theta} \pm \arccos \frac{-\operatorname{tg} \varphi \sin \theta \cos \Phi_n}{\sqrt{\cos^2 \theta \cos^2 \Phi_n + \sin^2 \Phi_n}} \right). \quad (8)$$

Первое слагаемое в (8) определяет момент  $n$ -го астрономического полдня, так как на момент  $t = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \Phi_n}{\cos \theta}$  приходится максимум  $z(t)$  (6). Из (8) также видно, что (при принятых упрощениях) моменты восхода и захода симметричны относительно астрономического полдня.

Таким образом:

$R_n = \frac{1}{\omega} \left( \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \Phi_n}{\cos \theta} - \arccos \frac{-\operatorname{tg} \varphi \sin \theta \cos \Phi_n}{\sqrt{\cos^2 \theta \cos^2 \Phi_n + \sin^2 \Phi_n}} \right)$  – момент восхода Солнца над горизонтом;

$$S_n = \frac{1}{\omega} \left( \arctg \frac{\operatorname{tg} \Phi_n}{\cos \theta} + \arccos \frac{-\operatorname{tg} \varphi \sin \theta \cos \Phi_n}{\sqrt{\cos^2 \theta \cos^2 \Phi_n + \sin^2 \Phi_n}} \right) - \text{ момент захода Солнца за горизонт.}$$

Примечание: условие  $|C| > \sqrt{A^2 + B^2}$ , при котором решений нет, может выполняться только на широтах выше полярного круга.

7. Поток солнечного излучения  $L(t)$ , приходящийся на единицу площади произвольно ориентированной поверхности.

Поверхность зададим её нормальным вектором:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \end{pmatrix},$$

где:  $\alpha$  – азимут нормали (0 – нормаль обращена на юг,  $+\pi/2$  – на восток);

$\beta$  – угол наклона нормали (0 – нормаль горизонтальна, а поверхность, соответственно, вертикальна).

Поток  $L(t)$  вычисляется как произведение солнечной постоянной на косинус угла падения лучей (угла между лучами и нормалью к поверхности). Для краткости обозначим  $\cos \angle(\vec{r}(t), \vec{n})$  через  $f(t)$ . Тогда

$$L(t) = \begin{cases} L_0 \cdot f(t), & z(t) > 0 \wedge f(t) > 0 \\ 0, & z(t) \leq 0 \vee f(t) \leq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь условие  $z(t) > 0$  обозначает «Солнце вошло над горизонтом», а условие  $f(t) > 0$  – «Солнце вошло над рассматриваемой поверхностью».

Используя то, что  $|\vec{n}| = 1$  по определению, а  $|\vec{r}(t)| = 1$  в силу того, что вращение вектора  $\vec{r}(t)$  не изменяет его длины, можем записать

$$f(t) = \cos \angle(\vec{r}(t), \vec{n}) = \frac{(\vec{r}(t) \cdot \vec{n})}{|\vec{r}(t)| \cdot |\vec{n}|} = (\vec{r}(t) \cdot \vec{n}).$$

Используем координатную запись скалярного произведения векторов

$$\begin{aligned} f(t) &= \cos \beta \sin \alpha \cdot x(t) + \cos \beta \cos \alpha \cdot y(t) + \sin \beta \cdot z(t) = \\ &= \cos \beta \sin \alpha (-\sin \Phi_n \cos \omega t + \cos \theta \cos \Phi_n \sin \omega t) + \cos \beta \cos \alpha (\sin \varphi \cos \theta \cos \Phi_n \cos \omega t + \sin \varphi \sin \Phi_n \sin \omega t - \\ &- \cos \varphi \sin \theta \cos \Phi_n) + \sin \beta (\cos \varphi \cos \theta \cos \Phi_n \cos \omega t + \cos \varphi \sin \Phi_n \sin \omega t + \sin \varphi \sin \theta \cos \Phi_n). \end{aligned}$$

Окончательно

$$\begin{aligned} f(t) &= (-\cos \beta \sin \alpha \sin \Phi_n + \cos \beta \cos \alpha \sin \varphi \cos \theta \cos \Phi_n + \sin \beta \cos \varphi \cos \theta \cos \Phi_n) \cos \omega t + \\ &+ (\cos \beta \sin \alpha \cos \theta \cos \Phi_n + \cos \beta \cos \alpha \sin \varphi \sin \Phi_n + \sin \beta \cos \varphi \sin \Phi_n) \sin \omega t + \\ &+ (-\cos \beta \cos \alpha \cos \varphi \sin \theta \cos \Phi_n + \sin \beta \sin \varphi \sin \theta \cos \Phi_n). \end{aligned} \quad (10)$$

8. Моменты восхода и захода Солнца над произвольно ориентированной поверхностью.

Чтобы найти их, нужно решить уравнение  $f(t) = 0$ . Оно имеет вид  $A \cos x + B \sin x + C = 0$  и решается аналогично уравнению  $z(t) = 0$  (7) для моментов восхода Солнца над горизонтом. При подстановке:

$$A' = -\cos\beta \sin\alpha \sin\Phi_n + \cos\beta \cos\alpha \sin\varphi \cos\theta \cos\Phi_n + \sin\beta \cos\varphi \cos\theta \cos\Phi_n,$$

$$B' = \cos\beta \sin\alpha \cos\theta \cos\Phi_n + \cos\beta \cos\alpha \sin\varphi \sin\Phi_n + \sin\beta \cos\varphi \sin\Phi_n,$$

$$C' = -\cos\beta \cos\alpha \cos\varphi \sin\theta \cos\Phi_n + \sin\beta \sin\varphi \sin\theta \cos\Phi_n$$

в формулу

$$t = \frac{1}{\omega} \left( \operatorname{arctg} \frac{B'}{A'} \pm \arccos \frac{C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} \right) \quad (11)$$

получаем

$$R'_{n,k} = \frac{1}{\omega} \left( \operatorname{arctg} \frac{B'}{A'} - \arccos \frac{C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} \right) + 2\pi k, \quad \text{где } k \in N_- \text{ — моменты восхода над}$$

поверхностью;

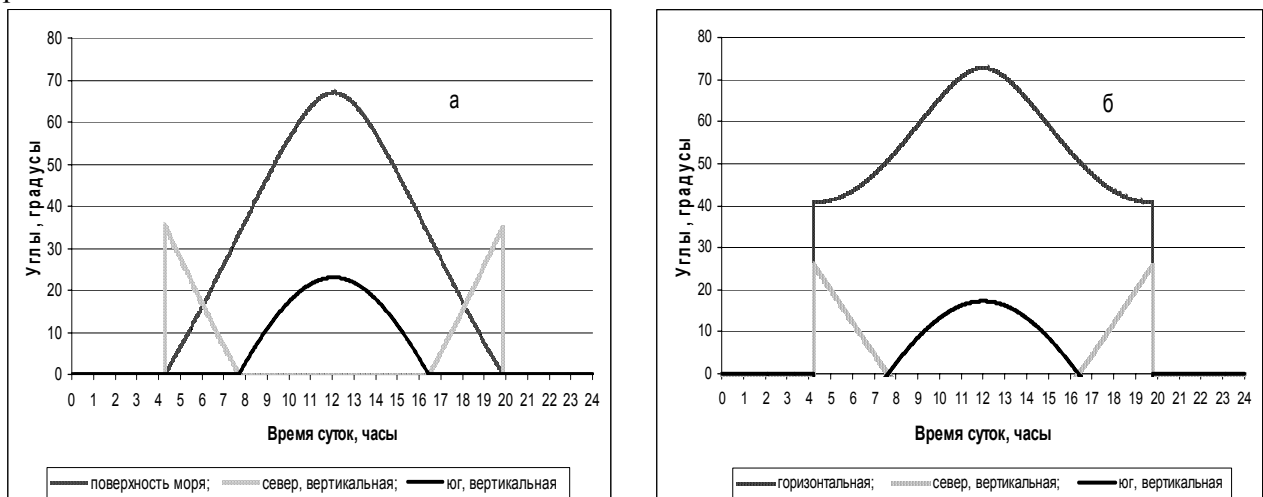
$$S'_{n,k} = \frac{1}{\omega} \left( \operatorname{arctg} \frac{B'}{A'} + \arccos \frac{C'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} \right) + 2\pi k, \quad \text{где } k \in N_- \text{ — моменты захода над}$$

поверхностью.

Примечание: вновь отметим, что если  $|C'| > \sqrt{A'^2 + B'^2}$ , то решений нет, и это означает, что Солнце над поверхностью в данные сутки не восходит.

В отличие от случая восхода и захода Солнца над горизонтом (пункт б), здесь в выражениях для  $R'_{n,k}$  и  $S'_{n,k}$  слагаемые  $2\pi k$  оставлены не случайно, поскольку в  $n$ -е сутки могут попасть не только  $R'_{n,0}$  и  $S'_{n,0}$ , но также  $R'_{n,-1} = R'_{n,0} - 2\pi$ ,  $S'_{n,-1} = S'_{n,0} - 2\pi$ ,  $R'_{n,1} = R'_{n,0} + 2\pi$  и  $S'_{n,1} = S'_{n,0} + 2\pi$ . Не все их сочетания возможны, но нас интересует только качественное отличие: один ли отрезок времени в сутках, когда поверхность освещена, или таких отрезков два.

Пример рассчитанных указанным способом углов, под которыми солнечные лучи падают на некоторые поверхности условных гидротехнических сооружений, приведены на рис. 1а.



а – для надводных поверхностей, б – для подводных поверхностей

Рис.1 - Изменения углов между солнечными лучами и некоторыми поверхностями гидротехнических сооружений в течение дня летнего солнцестояния.

9. Чтобы найти суммарный поток солнечной энергии за сутки, нужно вычислить интеграл

$$D_n = \int_{z(t)>0 \wedge f(t)>0} f(t) \cdot dt. \quad (12)$$

Как было установлено ранее:  $z(t) > 0$  эквивалентно  $t \in [R_n, S_n]$ , а  $f(t) > 0$  эквивалентно  $t \in [R_{n,-1}, S_{n,-1}] \cup [R_{n,0}, S_{n,0}] \cup [R_{n,1}, S_{n,1}]$ .

Поэтому интеграл в (12) удобнее записать в виде суммы:

$$D_n = D_{n,-1} + D_{n,0} + D_{n,+1},$$

где:

$$D_{n,k} = \begin{cases} \int_{\max(R_n, R'_{n,k})}^{\min(S_n, S'_{n,k})} f(t) \cdot dt, & \min(S_n, S'_{n,k}) > \max(R_n, R'_{n,k}) \\ 0, & \min(S_n, S'_{n,k}) \leq \max(R_n, R'_{n,k}) \end{cases}$$

или:

$$D_{n,k} = \begin{cases} F(\max(R_n, R'_{n,k})) - F(\min(S_n, S'_{n,k})), & \min(S_n, S'_{n,k}) > \max(R_n, R'_{n,k}) \\ 0, & \min(S_n, S'_{n,k}) \leq \max(R_n, R'_{n,k}). \end{cases}$$

Здесь через  $F(t)$  обозначена первообразная  $f(t)$

$$F(t) = \frac{1}{\omega} [(-\cos\beta \sin\alpha \sin\Phi_n + \cos\beta \cos\alpha \sin\varphi \cos\theta \cos\Phi_n + \sin\beta \cos\varphi \cos\theta \cos\Phi_n) \sin\omega t + (\cos\beta \sin\alpha \cos\theta \cos\Phi_n + \cos\beta \cos\alpha \sin\varphi \sin\Phi_n + \sin\beta \cos\varphi \sin\Phi_n)(-\cos\omega t) + (-\cos\beta \cos\alpha \cos\varphi \sin\theta \cos\Phi_n + \sin\beta \sin\varphi \sin\theta \cos\Phi_n)\omega t].$$

Кроме этого, из (11) следует, что решений  $R'_{n,k}$  и  $S'_{n,k}$ , т.е. моментов восхода и захода Солнца над произвольно ориентированной поверхностью, вообще может не быть. Это означает, что Солнце либо круглые сутки находится под ней (не восходит и, следовательно, не заходит), либо круглые сутки находится над ней. В первом случае интеграл, естественно, равен 0, а во втором случае из данных суток выбирается лишь то время, когда Солнце находится не только над поверхностью, но и над плоскостью горизонта, т.е.  $t \in [R_n, S_n]$ .

10. Суммарный поток излучения за год определяется как сумма потоков излучения за каждые сутки. Было бы хорошо усреднить результаты четырех лет подряд с тем, чтобы в осреднение вошел високосный год, но, учитывая сделанные упрощения (и то, что в задаче не учтены эксцентриситет орбиты Земли, рефракция и другие тонкости), отличием високосного года от не високосного можно пренебречь.

11. Учет преломления лучей на границе воздух-вода.

Выше получены декартовы координаты Солнца (6):

$$x(t) = -\sin\Phi_n \cos\omega t + \cos\theta \cos\Phi_n \sin\omega t,$$

$$y(t) = \sin\varphi \cos\theta \cos\Phi_n \cos\omega t + \sin\varphi \sin\Phi_n \sin\omega t - \cos\varphi \sin\theta \cos\Phi_n,$$

$$z(t) = \cos\varphi \cos\theta \cos\Phi_n \cos\omega t + \cos\varphi \sin\Phi_n \sin\omega t + \sin\varphi \sin\theta \cos\Phi_n.$$

Им соответствуют угловые:

$$A(t) = \arctg \frac{x(t)}{y(t)},$$

$$B(t) = \arcsin z(t).$$



Если смотреть на Солнце из-под горизонтальной поверхности воды, то его фиктивные угловые координаты будут:

$$A'(t) = A(t),$$

$$B'(t) = \arccos \frac{\cos B(t)}{\mu},$$

где  $\mu$  – коэффициент преломления света на границе воздух – вода, равный 1,32.

Так как угловая координата Солнца “высота” отсчитывается от горизонтальной поверхности, а не от нормали к ней, то в формуле для  $B'(t)$  фигурирует не синус, а косинус.

Эти новые угловые координаты можно по обычным правилам снова пересчитать в декартовы:

$$x'(t) = \cos B'(t) \sin A'(t),$$

$$y'(t) = \cos B'(t) \cos A'(t),$$

$$z'(t) = \sin B'(t),$$

а затем вычислить скалярное произведение нормали к поверхности с новым радиус-вектором Солнца

$$f'(t) = \cos \beta \sin \alpha \cdot x'(t) + \cos \beta \cos \alpha \cdot y'(t) + \sin \beta \cdot z'(t) =$$

$$= \cos \beta \sin \alpha \cos B'(t) \sin A'(t) + \cos \beta \cos \alpha \cos B'(t) \cos A'(t) + \sin \beta \sin B'(t). \quad (13)$$

Чтобы получить суммарную освещённость за сутки, надо  $f'(t)$ , умноженную на солнечную постоянную, проинтегрировать в тех же пределах, в каких, в предположении об отсутствии воды, интегрировалась  $f(t)$ .

При сравнении рис. 1а и 1б обращают на себя внимание следующие факты: во-первых, поскольку лучи, пересекая границу «воздух – вода», отклоняются вниз, то углы между лучами и вертикальными поверхностями уменьшаются, а между лучами и горизонтальной поверхностью увеличиваются;

во-вторых, углы между лучами и северной поверхностью на восходе Солнца и перед закатом больше, чем углы между лучами и южной поверхностью даже в полуденное время.

## 12. Учет длины пути солнечных лучей в атмосфере.

Для учета ослабления потоков солнечной энергии в атмосфере за счет поглощения и рассеяния представим интегральный по всем длинам волн в видимом диапазоне световой поток  $S$  в виде:

$$S = S_0 P^m, \quad (14)$$

где  $S_0$  – солнечная постоянная,

$P$  – коэффициент прозрачности,

$m$  – относительная масса атмосферы, пронизываемая солнечными лучами.

При Солнце в зените, его лучи пронизывают минимальный слой воздуха, относительная масса которого принимается за единицу,  $m=1$ . Именно с этим единичным слоем сравниваются толщии воздуха, через которые солнечные лучи проходят при других высотах Солнца. Из (14) следует, что коэффициент прозрачности показывает, какая часть солнечной энергии, приходящей на верхнюю границу атмосферы при Солнце в зените, доходит до поверхности земли.

Коэффициент прозрачности атмосферы меняется в пределах от 0,55 во влажном экваториальном воздухе до 0,95 в воздухе центральных районов Антарктиды [1], а при средней замутненности атмосферы он равен 0,8 [2].

Показатель степени в (14) зависит от пронизываемой солнечными лучами толщи атмосферы, а она, в свою очередь, – от высоты Солнца. Толща атмосферы измеряется количеством единичных слоев. Ее расчеты для различных зенитных расстояний Солнца,  $z$ , были выполнены Бемпорадом. Один из наиболее употребительных полиномов, используемый для этой же цели имеет вид:

$$m(z) = \sec z - 0.0018167 \cdot (\sec z - 1) - 0.002875 \cdot (\sec z - 1)^2 - 0.0008083 \cdot (\sec z - 1)^3. \quad (15)$$

Расчет по этой формуле дает, что при высоте Солнца  $30^\circ$   $m=2$ ; при  $10^\circ$   $m=5,6$ ; при  $5^\circ$   $m=10,4$ , а при  $0^\circ$   $m=35,4$ .

Суммарная радиация, приходящая на горизонтальную поверхность – это единственная стандартная наблюдаемая характеристика, с которой можно сравнить наши расчетные величины солнечной энергии, приходящие на надводную, тоже горизонтальную поверхность. Такое сравнение было произведено [3]. Наилучшее согласие расчетных и наблюдаемых среднемесячных значений суммарной радиации (коэффициент корреляции 0,996) было получено, когда в расчеты закладывался коэффициент прозрачности атмосферы 0,75.

### 13. Учет отражения водной поверхности.

Частичное отражение солнечной энергии поверхностью моря это еще один механизм ослабления потока энергии, проникающего в воду. Примем во внимание только один, но основной фактор, от которого зависит отражение прямых солнечных лучей от водной поверхности, а именно: высоту Солнца. Расщепление падающего на поверхность моря потока солнечной энергии  $I_0$ , на отраженный  $I_{om}$  и преломленный  $I_{np}$  описывается формулами Френеля [4]. Воспользуемся первой из них:

$$I_{om} = \frac{1 \sin^2(\varphi - \psi)}{2 \sin^2(\varphi + \psi)} \left[ 1 + \frac{\cos^2(\varphi + \psi)}{\cos^2(\varphi - \psi)} \right], \quad (16)$$

где  $\varphi$  и  $\psi$  углы падения и преломления солнечных лучей, соответственно.

Эти углы связаны между собой через коэффициент преломления  $\mu$  соотношением:  $\sin\varphi / \sin\psi = \mu$ . Для границы раздела воздух-вода  $\mu = 1,32$ .

### 14. Облачность.

Описанный выше метод расчета дает одинаковые результаты для всех точек, находящихся на одной географической широте. Индивидуальность потокам в разных точках главным образом придает разная облачность и в некоторой степени может придать разная в разных точках прозрачность атмосферы.

Учет облачности осуществляется путем введения дополнительных коэффициентов, показывающих, какая часть солнечной энергии в одних и тех же астрономических условиях доходит до поверхности Земли при наблюдаемом количестве облаков по сравнению с безоблачным небом. По своему физическому смыслу эти коэффициенты можно назвать облачными коэффициентами пропускания.

Их значения берутся из таблиц работы Егорова [5]. Они представляют собой табулированную функцию  $Q/Q_0 = f(N, N_h, h)$ , где  $Q, Q_0$  – потоки суммарной, то есть суммы прямой и рассеянной, радиации на горизонтальную поверхность при облачном и безоблачном небе, соответственно;  $N$  – количество общей, а  $N_h$  – количество нижней облачности в баллах,  $h$  – высота Солнца в полдень дня наблюдений. Статистическая связь

между указанными параметрами установлена на обнове более 30 тысяч одновременных наблюдений над суммарной радиацией и облачностью на научно-исследовательских судах в Атлантическом Тихом и Индийском океанах.

**Результаты исследования и их анализ.** В табл. 2 содержится пример расчетных потоков солнечной энергии на некоторые поверхности в тот же день летнего солнцестояния 2008 г., что и на рис. 1. Из первой строки видно, что без учета ослабляющих факторов в разгар лета горизонтальные поверхности получали бы намного больше энергии, чем вертикальные. Во-вторых, согласно пункту 11 модели, горизонтальная подводная поверхность получала бы больше энергии, чем горизонтальная надводная, а подводные вертикальные, напротив, меньше, чем вертикальные надводные. В третьих, вертикальная северная поверхность получала бы больше энергии, чем вертикальная южная, так как углы падения солнечных лучей на первую больше чем на вторую (рис.1). Каждая из этих шести максимальных величин потоков принята за 100 %.

Следующие ниже относительные величины ослабленных разными факторами потоков указывают на то, что толща пронизываемой лучами атмосферы сильнее всего сказывается на северных, надводной и подводной, поверхностях (потери 80 – 81 %), поскольку на них приходят потоки только от низкого утреннего и низкого вечернего Солнца, а меньше всего – на южных поверхностях (29 %), поскольку на них падают лучи от Солнца, поднявшегося над горизонтом уже на 30 – 67 ° (рис.1). Горизонтальные поверхности принимают потоки от Солнца во всем диапазоне его высот, поэтому ослабление толщей воздуха имеет промежуточные значения (36 – 44 %).

Таблица 2 - Абсолютные и относительные величины потоков солнечной энергии на подводные и надводные части гидротехнических сооружений с учетом некоторых факторов их ослабления (Одесса, 22 июня 2008 г., средняя за день облачность: 6,7 балла, С<sub>и</sub>)

Потоки солнечной энергии	Положение и ориентация поверхностей:					
	над водой			под водой		
	горизонтальная	северная	южная	горизонтальная	северная	южная
без ослабления, МДж·м <sup>-2</sup> ·сут. <sup>-1</sup>	44	10	11	62	7	8
без ослабления, %	100	100	100	100	100	100
Части потоков (%) остающиеся после учета основных ослабляющих факторов:						
длины пути в атмосфере	64	19	71	56	20	71
отражения на поверхности				53	16	69
облачности	56	17	62	46	14	60

Отражение солнечных лучей от поверхности моря не влияет на потоки энергии, падающие на надводные части гидротехнических сооружений и не имеет большого значения для подводных, поскольку хорошо отражаются потоки от низкого Солнца, но они сильно ослаблены толщей воздуха, а отражение мощных потоков от высокого Солнца измеряется несколькими процентами. В итоге, ослабление за счет отражения 2 – 4 %.

Плотная 10-балльная облачность может, согласно [5], уменьшить потоки солнечной энергии, доходящие до поверхности земли в три раза, но кучевая облачность менее 7 баллов, которая наблюдалась в этот день, уменьшила потоки в среднем по шести поверхностям только на 13 %.

**Выводы.** Приведенный пример расчетов для одного летнего дня и шести поверхностей, а также очень хорошее совпадение расчетных потоков на горизонтальную надводную поверхность с наблюдаемой суммарной радиацией [3] подтверждают работоспособность предложенной модели.

Модель уже сейчас широко используется в научных исследованиях ОФ ИнБЮМ. Многократно выполненные расчеты для поверхностей самых разных ориентаций и отрезков времени от суток до года неизменно демонстрировали физически оправданное и легко интерпретируемое распределение потоков солнечной энергии.

### Список литературы

1. Хромов С.П., Петросяню М.А. Метеорология и климатология. 4-е изд. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1994.– 455 с.
2. Зверева С.В. В мире солнечного света. - Л., Гидрометеиздат, 1988.– 160 с.
3. Большаков В.Н., Сытов В.Н. Прозрачность атмосферы над Одессой// Вестник Гидрометцентра Черного и Азовского морей.- 2009, -№1 (9).- С.40-45.
4. Шулейкин В.В. Физика моря. - М., Наука, 1968.– 1083 с.
5. Егоров Б.Н. Учет влияния облачности различных ярусов на суммарную радиацию, приходящую к поверхности океана// Тр. ГГО.- 1973.- Вып. 297.- С. 118 – 123.

#### **Потоки сонячної енергії на поверхні гідротехнічних споруджень різної орієнтації**

**Большаков В.М., Большаков М.В.**

*Представлений інструмент для розрахунків потоків сонячної енергії на надводні й підводні частини гідротехнічних споруджень. Дискретність розрахунків за часом одна хвилина для конкретної доби року й одна доба для року в цілому. Вхідні параметри: дата, широта місця, орієнтація поверхні по азимуту й нахилу до горизонтальної площини, які можуть бути будь-якими. Ураховується заломлення й віддзеркалення сонячних променів на границі повітря–вода, ослаблення потоку за рахунок довжини шляху в атмосфері з урахуванням її прозорості, а також хмарність, загальна й нижнього ярусу.*

**Ключові слова:** потік енергії, надводна й підводна поверхні, ослаблення, віддзеркалення, заломлення, прозорість, хмарність.

#### **The streams of solar energy for different orientated surfaces of hydrotechnical constructions.**

**Bolshakov V.N., Bolshakov M.V.**

*A tool for calculation of streams of solar energy for overwater and underwater parts of hydrotechnical constructions is presented. Temporal discreteness of calculations is one minute for a concrete day of the year and one day for whole year. Entrance data: date, latitude, orientation of the surface according to any azimuth and any declination to the horizon. The refraction and reflection of solar beams at the air–water boundary, the beam deamplification due to the path length in the atmosphere according to its not ideal transparency is taken into account. A method of the account of cloudiness is shown.*

**Keywords:** stream of energy, overwater and underwater surfaces, deamplification, reflection, refraction, transparency, cloudiness.